机密★启用前

江苏大学 2010 年硕士研究生入学考试试题

科目代码： 361 ~~605~~ **科目名称：** 线性代数 A

考生注意：答案必须写在答题纸上，写在试卷、草稿纸上无效！

一 填空与选择题（3*10=30 分）

1. 设 A 为 n 阶方阵，$n>1$，若 λ 为实数，则有（　　）

A. $|\lambda A|=\lambda^n|A|$　　B. $|\lambda A|=\lambda|A|$

C. $|\lambda A|=|\lambda|^n|A|$　　D. $|\lambda A|=|\lambda||A|$

2. A 与 B 是同阶方阵，当下列条件（　　）满足时，对任意正整数 n 成立 $(AB)^n=A^nB^n$

A. A 与 B 都可逆　　B. A 与 B 都对称

C. $AB=BA$　　D. $|A|=|B|$

3. 设 A 为三阶矩阵，$|\mathbf{A}|=a$，则其伴随矩阵 A^* 的行列式 $|A^*|=$（　　）

A. a　　B. a^2

C. a^3　　D. a^4

4. 若向量组 α,β,γ 线性无关，向量组 α,β,δ 线性相关，则（　　）

A. α 必可由 β,γ,δ 线性表示　　B. β 必不可由 α,γ,δ 线性表示

C. δ 必可由 α,β,γ 线性表示　　D. δ 必不可由 α,γ,β 线性表示

5. 如果向量组 $\alpha_1=\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}$, $\alpha_2=\begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix}$, $\alpha_3=\begin{bmatrix}a\\b\\c\end{bmatrix}$ 线性无关，那么（　　）

A. $a=b=c$　　B. $b=c=0$

C. $c=0$　　D. $c\neq 0$

6. 已知 4 阶矩阵 A 的 4 个特征值为 1，-2，3，4，则 $|A|=$________

7. 已知向量 $\alpha_1=(1,\ 2,\ 3)$，$\alpha_2=(3,\ 2,\ 1)$，则 $3\alpha_1-2\alpha_2=$________

8. 设 $A=\begin{pmatrix}0&3&4\\0&1&2\\2&0&0\end{pmatrix}$，则 A 的伴随矩阵 A^* 等于________

9. 线性方程组 $x_1+2x_2+3x_3+4x_4=0$ 的基础解系含有________个解向量

10. 设 $V=\{X=(x_1,\ x_2,\ x_3)\,|\,x_1+2x_2=0\}$，且 $x_1,x_2,x_3\in R$，则该向量空间是________维向量空间

二（15 分）**计算题**：1.（7 分）$D=\begin{vmatrix}3&1&1&1\\1&3&1&1\\1&1&3&1\\1&1&1&3\end{vmatrix}$

2.（8 分）$D=\begin{vmatrix}a&&1\\&\ddots&\\1&&a\end{vmatrix}$，其中对角线上元素都是$a$，未写出的元素都是0。

三（10 分）设$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$是一组$n$维向量，已知$n$维单位坐标向量组$\varepsilon_1,\varepsilon_2\cdots,\varepsilon_n$可被它线性表出，证明$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$线性无关。

四（15 分）求向量组$\alpha_1=(-1,\ 1,\ 1)$，$\alpha_2=(1,\ -1,\ 1)$，$\alpha_3=(0,\ 0,\ 1)$，$\alpha_4=(-1,\ 1,\ 0)$的秩及一个最大无关组，并把其余向量用此最大无关组线性表示。

五（15分）已知$\xi=(1,\ 1,\ -1)^T$是$A=\begin{bmatrix}2&-1&2\\5&a&3\\-1&b&-2\end{bmatrix}$的一个特征向量，试确定参数$a,b$。

六（10分）t取何值时，二次型$x_1^2+x_2^2+5x_3^2+2tx_1x_2-2x_1x_3+4x_2x_3$是正定的。

七（15 分）求正交变换$X=PY$化二次型$f(x_1,\ x_2,\ x_3)=x_1^2+4x_2^2+4x_3^2-4x_1x_2+4x_1x_3-8x_2x_3$为标准形。

八（10 分）在P^4中，求向量$\xi=(1,2,1,1)$在基

$\varepsilon_1=(1,1,1,1),\varepsilon_2=(1,1,-1,-1),\varepsilon_3=(1,-1,1,-1),\varepsilon_4=(1,-1,-1,1)$下的坐标。

九（15 分）设齐次线性方程组$\begin{cases}\lambda x_1+x_2+x_3=0\\x_1+\lambda x_2+x_3=0\\x_1+x_2+x_3=0\end{cases}$有非零解，求$\lambda$的值，并求通解。

十（15 分）在P^4中，求由基$\varepsilon_1,\varepsilon_2,\varepsilon_3,\varepsilon_4$到基$\eta_1,\eta_2,\eta_3,\eta_4$的过渡矩阵，

$\varepsilon_1=(1,1,1,1),\varepsilon_2=(1,1,-1,-1),\varepsilon_3=(1,-1,1,-1),\varepsilon_4=(1,-1,-1,1)$；

$\eta_1=(1,1,0,1),\eta_2=(2,1,3,1),\eta_3=(1,1,0,0),\eta_4=(0,1,-1,-1)$