机密★启用前

江苏大学2011年硕士研究生入学考试试题

科目代码： 854　　　　**科目名称：** 概率论与数理统计

考生注意：答案必须写在答题纸上，写在试卷、草稿纸上无效！（允许使用计算器）

一、填空题（每空5分，共计40分）

1. 对事件A，B，C，已知$P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{4}$，$P(AB)=P(BC)=0$，$P(AC)=\frac{1}{8}$，试求A，B，C中至少有一个发生的概率__________.

2. 已知在10只晶体管中有2只次品，在其中取两次，每次任取一只，作不放回抽样，则“两只都是次品”的概率__________，“第二次取出的是次品”的概率__________.

3. 设X服从正态分布$N(1,2^2)$，Y服从参数为3的泊松分布，Z服从[2，8]上的均匀分布，且X，Y，Z相互独立。令$V=X+4Y-3Z$，则期望$E(2V-3)=$__________，方差$D(4V-5)=$__________.

4. 设随机变量X的概率密度为$f(x)=\begin{cases} c(1-x), & 0<x<1, \\ 0, & 其他。\end{cases}$ 则常数c=__________；X的分布函数__________。

5. 设总体X服从正态分布$N(0,2^2)$，而$X_1,X_2,\cdots,X_{15}$是来自总体X的简单随机样本，则随机变量$Y=\dfrac{X_1^2+\cdots+X_{10}^2}{2(X_{11}^2+\cdots+X_{15}^2)}$服从__________.

二、(12分) 设$X_1,\cdots X_5$为取自正态总体$N(0,2^2)$的样本，记

$$Z=a(X_1-2X_2)^2+b(3X_3-4X_4)^2+cX_5^2$$

试确定a,b,c使得Z服从χ^2分布.

三、(12分) 设随机变量X～$N(3,4)$，求：(1) $P(2<X<5)$；(2) $P(X>0)$；(3) $P(|X-3|>4)$。

（已知$\phi(0.5)=0.6915,\phi(1)=0.8413,\phi(1.5)=0.9332,\phi(2)=0.9772$）

四、（16 分）设二维随机变量(X, Y)的联合概率密度函数为

$$f(x, y)=\begin{cases} x+y & 0\le x\le 1,\ 0\le y\le 1, \\ 0 & \text{其它。} \end{cases}$$

求：（1）边缘概率密度函数$f_X(x)$, $f_Y(y)$，并验证X, Y是否独立；

（2）期望和方差$E(X)$, $D(X)$, $E(Y)$, $D(Y)$；

（3）协方差$\mathrm{cov}(X, Y)$和相关系数ρ_{XY}.

五、（15 分）设顾客在某银行的窗口等待服务的时间 X（以分计）服从指数分布，其概率密度为 $f(x)=\begin{cases} \frac{1}{5}e^{-\frac{x}{5}}, & x>0 \\ 0, & x\le 0 \end{cases}$，某顾客在窗口等待服务，若超过 10 分钟，他就离开，他一个月要到银行 5 次，以 Y 表示一个月内他未等到服务而离开窗口的次数，写出 Y 的分布律并求$E(Y)$.

六、（16 分）设X和Y是两个相互独立的随机变量，其分布密度分别为：

$$f_X(x)=\begin{cases} 1, 0\le x\le 1, \\ 0, \text{其它} \end{cases},\quad f_Y(y)=\begin{cases} e^{-y}, & y>0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

求随机变量$Z=X+Y$的分布密度。

七（15分）设总体X服从参数为λ的泊松分布，即$X\sim P(\lambda), X_1, X_2, \cdots, X_n$是总体的一个样本，求参数$\lambda$的极大似然估计量。

八、（12 分）从两处煤矿各抽样 5 次和 4 次，测得其含灰率（%）如下：

甲矿	24.3	20.8	33.7	21.3	17.4
乙矿	18.2	16.9	20.2	16.7	

假定两个煤矿的含灰率都服从正态分布，问甲、乙两煤矿的含灰率的方差有无显著差异（显著性水平$\alpha=0.05$）？（$F_{0.025}(4,3)=15.10, F_{0.025}(3,4)=9.98$）。

九、（12 分）设$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \cdots, (x_n, y_n)$是一组样本观测值，在平面上所处的位置近似形成一条直线，现选择函数 $\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}x$，使得$\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2=\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{a}-\hat{b}x_i)^2$达到最小，求$\hat{a}, \hat{b}$。