机密★启用前

853 江苏大学2011年硕士研究生入学考试试题A卷

考试科目：高等代数

考生注意：答案必须写在答题纸上，写在试题及草稿纸上无效

一（20分）

$$设A=\begin{bmatrix}1&1&1\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$$

求：（1）A的特征多项式和全部特征根；

（2）A的不变因子、行列式因子、初等因子；

（3）A的Jordan标准形.

二（15分）

设U是由$\alpha_1=(1,3,-2,2,3)$，$\alpha_2=(1,4,-3,4,2)$，$\alpha_3=(2,3,-1,-2,9)$ 生成的R^5的子空间，W是由$\beta_1=(1,3,0,2,1)$，$\beta_2=(1,5,-6,6,3)$，$\beta_3=(2,5,3,2,1)$ 生成的R^5的子空间，求

（1）$U+W$

(2) $U\cap W$的维数和基.

三（20分）

设向量β可经向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_r$线性表示，

证明:表示法是唯一的充分必要条件是$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_r$线性无关.

四（20分）

设$s_k=x_1^k+x_2^k+\cdots+x_n^k$，$k=0,1,2,\cdots$；$a_{ij}=s_{i+j-2}$，$i,j=1,2,\cdots,n$.

证明：$$\left|a_{ij}\right|=\prod_{i<j}(x_i-x_j)^2$$

五（20分）

设A是一个n级实对称矩阵，且$|A|<0$，证明：必存在实n维向量$X\neq 0$，

使 $X^TAX<0$.

六（20 分）

若 V_1,V_2 是线性空间V 的两个子空间，

试证： 维（V_1）+维（V_2）= 维（V_1+V_2）+维（$V_1 \cap V_2$）

七（20 分）

证明：上三角的正交矩阵必为对角阵，且对角阵上的元素为$+1$或-1.

八（15 分）

设$f(x)=x^2-5x+6$是有理数域Q上的二次多项式，σ是Q上线性空间V 的一个非数乘的线性变换，且满足$f(\sigma)=0$.

（1）证明并求出σ有两个不同的特征值λ_1，λ_2.

（2）证明：V 可分解成σ的属于λ_1，λ_2的特征子空间的直和.