机密★启用前

江苏大学 2011 年硕士研究生入学考试试题

科目代码： 602 **科目名称：** 线性代数 A

考生注意：答案必须写在答题纸上，写在试卷、草稿纸上无效！

一、 填空与选择题（3*10=30 分）

1. 如果 $\begin{cases} 3x+ky-z=0 \\ 4y+z=0 \\ kx-5y-z=0 \end{cases}$ 有非零解，则（ ）.

（a）$k=0$ （b）$k=1$ （c）$k=-1$ （d）$k=3$

2. 设 A 为三阶矩阵，$|A|=a$，则其伴随矩阵 A^* 的行列式 $|A^*|=$（ ）.

(a) a (b) a^2 (c) a^3 (d) a^4

3. A 与 B 是两个相似的 n 阶矩阵，则（ ）.

（a）存在非奇异矩阵 P，使 $P^{-1}AP=B$ （b）存在对角矩阵 D，使 A 与 B 都相似于 D

（c）$A=B$ （d）$\lambda E-A=\lambda E-B$

4. 若 A 是（ ），则必有 $A^{\mathrm{T}}=A$.

（a）对角矩阵 （b）三角形矩阵 （c）可逆矩阵 （d）反对称矩阵

5. λ_1, λ_2 都是 n 阶矩阵 A 的特征值，$\lambda_1\neq\lambda_2$，且 x_1 与 x_2 分别是对应于与 λ_1 与 λ_2 的特征向量，当（ ）时，$x=k_1x_1+k_2x_2$ 必是 A 的特征向量.

（a）$k_1=0$ 且 $k_2=0$ （b）$k_1\neq0$ 且 $k_2\neq0$ （c）$k_1\cdot k_2=0$ （d）$k_1\neq0$ 而 $k_2=0$

6. 已知四阶行列式 D 中的第二行元素依次为 $-1,2,3,0$，它们的余子式是 $7,-3,1,-5$，则 $D=$__________.

7. 设 A,B 都是 n 阶方阵，且 $|A|=3,|B|=-1$，则 $|A^{\mathrm{T}}B^{-1}|=$____________.

8. 已知三阶方阵 A 的特征值为 $1,3,-2$，则 A^* 的特征值为___________.

9. 已知 $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & t \\ 0 & t & 1 \end{pmatrix}$ 为正定矩阵，则 t 的取值范围是________.

10. 设 $V=\{X=(x_1,\ x_2,\ x_3)\,|\,x_1+3x_2+5x_3=0\}$，且 $x_1,x_2,x_3\in R$，则该向量空间是________维向量空间.

二、计算下列行列式（15 分）

1. $D=\begin{vmatrix}2 & 1 & -5 & 1\\1 & -3 & 0 & -6\\0 & 2 & -1 & 2\\1 & 4 & -7 & 6\end{vmatrix}$　　2. $\begin{vmatrix}1 & 2 & 3 & \cdots & n\\2 & 3 & 4 & \cdots & 1\\3 & 4 & 5 & \cdots & 2\\\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\n & 1 & 2 & \cdots & n-1\end{vmatrix}$

三、(10 分) 证明：向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$ 线性相关的充分必要条件是：$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$ 中至少有一个向量可由其余 $m-1$ 个向量线性表示.

四、(15 分) 已知向量组 $\alpha_1=\begin{bmatrix}3\\1\\2\\1\end{bmatrix}$, $\alpha_2=\begin{bmatrix}-6\\4\\-1\\-5\end{bmatrix}$, $\alpha_3=\begin{bmatrix}-7\\-1\\-3\\-4\end{bmatrix}$ $\alpha_4=\begin{bmatrix}3\\2\\1\\2\end{bmatrix}$，求向量组的秩和一个最大无关组，并把其余的向量用这个最大无关组线性表示.

五、(10 分) 求解矩阵方程 $\begin{bmatrix}1 & 1 & -1\\0 & 2 & 2\\1 & -1 & 0\end{bmatrix}X=\begin{bmatrix}1 & -1 & 1\\1 & 1 & 0\\2 & 1 & 1\end{bmatrix}$.

六、(15 分) 求齐次方程组 $\begin{cases}x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=0\\3x_1+2x_2+x_3+x_4-3x_5=0\\x_2+2x_3+2x_4+6x_5=0\\5x_1+4x_2+3x_3+3x_4-x_5=0\end{cases}$ 的一个基础解系并用它表示全部解.

七、(15 分) 问 a,b 为何值时，线性方程组 $\begin{cases}x_1+x_2+x_3+x_4=0\\x_2-x_3+2x_4=1\\-x_2+ax_3-2x_4=b\\3x_1+2x_2+4x_3+ax_4=-1\end{cases}$

无解？有唯一解？有无穷多解？并在有无穷多解时求出通解.

八、(10 分) $\varepsilon_1=(1,2,-1,0),\varepsilon_2=(1,-1,1,1),\varepsilon_3=(-1,2,1,1),\varepsilon_4=(-1,-1,0,1)$ 为 P^4 的一组基，求向量 $\xi=(1,0,0,0)$ 在 $\varepsilon_1,\varepsilon_2,\varepsilon_3,\varepsilon_4$ 下的坐标.

九、(15 分) 求一个正交矩阵 P，化 $A=\begin{bmatrix}2 & -2 & 0\\-2 & 1 & -2\\0 & -2 & 0\end{bmatrix}$ 为对角阵.

十、(15 分) 在线性空间 R^3 中，求由基 $\alpha_1=(1,2,1)^T$，$\alpha_2=(2,3,3)^T$，$\alpha_3=(3,7,1)^T$ 到基 $\beta_1=(9,24,-1)^T$，$\beta_2=(8,22,-2)^T$，$\beta_3=(12,28,4)^T$ 的过渡矩阵.