江 苏 工 业 学 院

2009年攻读硕士学位研究生入学考试（初试）试卷

考试科目：<u>360 理学数学</u>　（本科目总分150分，考试时间3小时）

请考生注意：试题解答请务必写在专用“答题纸”上；其它地方的解答将视为无效答题，不予评分。

一、简答题：（共 15 题，共计 100 分）

1.（本题满分6分）设 $f(x)=\begin{cases}2, & |x-1|\geq 1\\ 0, & |x-1|<1\end{cases}$，求 $f(f(x))$。

2.（本题满分6分）设 $y=(1+2x)^{\frac{1}{x}}$，求 $dy|_{x=1}$。

3.（本题满分6分）分别举出一个函数 $f(x)$，使得

（1）$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$，且 $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x)\neq+\infty$；

（2）$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$，且 $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x)=+\infty$。

4.（本题满分6分）求解初值问题 $\begin{cases}y'+\dfrac{y}{x}=\dfrac{\sin x}{x}\\ y(\pi)=1\end{cases}$。

5.（本题满分6分）求函数 $y=x-\ln(1+x)$ 的单调区间。

6.（本题满分 7 分）设函数 $f(x)=a\sin x+\dfrac{1}{3}\sin 3x$ 在 $x=\dfrac{\pi}{3}$ 处取极值，求常数 a，并说明这个极值是极大值还是极小值。

7.（本题满分 7 分）点 $M(2,1,-3)$ 和直线 $\begin{cases}x+y=2\\ y+z=1\end{cases}$ 均在平面 π 内，求平面 π 的方程。

8.（本题满分7分）证明 $x>0$ 时，$1+x\ln(x+\sqrt{1+x^2})>\sqrt{1+x^2}$。

9.（本题满分7分）求曲线 $y=(x-1)x^{\frac{2}{3}}$ 的拐点的坐标。

10.（本题满分 7 分）求 $\iint\limits_D x^2 y dxdy$，D 为由 $y=x, y=x^2$ 围成的闭区域。

11.（本题满分 7 分）求 $y''-y=\sin x$ 的通解。

12.（本题满分 7 分）求不定积分 $\int e^{-x}\ln(1+e^x)dx$。

13.（本题满分 7 分）设 $f(u,v)$ 的各二阶偏导数连续，$z=f(\frac{y}{x}, xy)$，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$。

14.（本题满分 7 分）求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x\sin x}-\sqrt{e^{2x^2}}}{x\tan x}$。

15.（本题满分 7 分）设 $f(x)=\begin{cases} ax+b, & x\geq 0 \\ \ln(1+x), & x<0 \end{cases}$，求 a,b 使得 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导。

二.（本题满分 10 分） 求定积分 $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}(3x^4-x^2+x+1)\arctan 2x dx$。

三.（本题满分 10 分） 求抛物线 $y=x^2$ 到直线 $x-y-2=0$ 之间的最短距离。

四.（本题满分 10 分） 设 $f(x)=x(x+1)(x+2)\cdots(x+n)$，求

（1）$f'(0)$；（2）$f'(1)$；（3）$f^{(n)}(x)$。

五.（本题满分 10 分） 若 $f(x), g(x)$ 满足 $f'(x)=g(x),\ \ g'(x)=-f(x)$，$f(0)=0,\ \ f'(x)\neq 0$。求曲线 $y=\frac{f(x)}{g(x)}$ 与 $y=0, x=\frac{\pi}{4}$ 所围成的封闭图形的面积。

六.（本题满分 10 分） 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上可导，$f(0)=0, f(x)>0, x\in(0,1]$，

证明：至少存在一点 $\xi\in(0,1)$，使得 $3\frac{f'(\xi)}{f(\xi)}=\frac{f'(1-\xi)}{f(1-\xi)}$。