

苏州科技学院

二〇〇七年攻读硕士学位研究生入学考试试题

学科、专业：基础数学

试题编号：418

试题名称：高等代数

请考生注意：试题解答务请考生做在专用“答题纸”上；
做在其它地方的解答将视为无效答题，不予评分。

- 1、(20分) 证明：如果 $(f(x), g(x)) = 1$, $(f(x), h(x)) = 1$, 那么 $(f(x), g(x)h(x)) = 1$.
- 2、(20分) 设 $f(x) \in F[x]$, 若对任意 $a, b \in F$, 都有 $f(a+b) = f(a) + f(b)$, 则有 $f(x) = kx$, 其中 $k \in F$.
- 3、(20分) 若 β 可由 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$ 线性表示, 证明：表示法唯一的充分必要条件是 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$ 线性无关。
- 4、(20分) 若 n 阶阵 A 与所有的 n 阶阵可交换, 那么 A 一定是数量阵。
- 5、(20分) 若 $r(>3)$ 个向量 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$ 线性无关, 则 $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \dots, \alpha_r + \alpha_1$ 的线性相关性如何? 试讨论之。
- 6、(20分) 设 σ 是 n 维线性空间 V 的线性变换, 则 $\dim \text{Ker}(\sigma) + \dim \text{Im}(\sigma) = n$.
- 7、(20分) 设 α 是欧氏空间 V 的一个非零向量, $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \in V$, 满足下列条件: 1) $(\alpha_i, \alpha) > 0, i=1, 2, \dots, n$; 2) $(\alpha_i, \alpha_j) \leq 0, i, j=1, 2, \dots, n, i \neq j$. 试证: $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 线性无关。
- 8、(10分) 求齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \\ x_2 + x_4 = 0 \end{cases}$$
 的解空间 V , 并写出 V 在 \mathbb{R}^4 中的正交补 V^\perp .

kaoyan.com