苏 州 科 技 学 院

二 00 八年攻读硕士学位研究生入学考试试题

学科、专业：基础数学　　　　试题编号：818　　试题名称：高等代数

请考生注意：试 题 解 答 务 请 考 生 做 在 专 用 “答题纸” 上；
做在其它地方的解答将视为无效答题，不予评分。

1.（20 分）证明：如果$(f(x),g(x))=1$，则$(f(x)g(x),f(x)+g(x))=1$。

2.（20 分）证明：如果向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s(\alpha_1\neq 0)$线性相关，则至少有一向量$\alpha_i(1\prec i\leq s)$可被$\alpha_1,\alpha_2,\cdots\alpha_{i-1}$线性表示。

3.（20 分）如果$c_1\alpha+c_2\beta+c_3\gamma=0$，且$c_1c_3\neq 0$，证明：$L(\alpha,\beta)=L(\beta,\gamma)$，其中$\alpha,\beta,\gamma$是某线性空间中的向量，$L(\alpha,\beta)$表示$\alpha,\beta$生成的子空间。

4.（20 分）特征值全为实数的n阶实方阵是否一定相似于对角矩阵？如果是，请给出证明，否则，举出反例。

5.（20 分）设A为数域P上的n阶方阵，且$A^2=A$，证明线性空间P^n可分解为线性方程组$AX=0$与$(A-E)X=0$的解空间的直和，其中$X=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\\vdots\\x_n\end{pmatrix}$，$E$为$n$阶单位矩阵。

6.（20 分）求矩阵$A=\begin{pmatrix}3&2&-1\\-2&-2&2\\3&6&-1\end{pmatrix}$的最大特征值$\lambda_0$，并求$A$的属于$\lambda_0$的特征子空间$V_{\lambda_0}$的一个基。

7.（20 分）设A为正定实对称矩阵，m是任一正整数，证明：存在正定实对称矩阵B，使$B^m = A$。

8.（10 分）设n阶方阵A的行列式为$|A| = d$，而矩阵$E - A$的特征值的绝对值都小于 1，其中E为n阶单位矩阵，证明：$0 < |d| < 2^n$，其中$|d|$表示d的绝对值。