# 苏州科技学院

## 二〇〇九年攻读硕士学位研究生入学考试试题

专业：070101 基础数学　　考试科目：数学分析　　科目代码：613

**请考生注意：试 题 解 答 务 请 考 生 做 在 专 用 “答题纸” 上；**
**做在其它地方的解答将视为无效答题，不予评分。**

一．本题共九个小题，每小题 10 分，共 90 分。

1．计算极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\int_0^1 \frac{x^n}{1+\sqrt{x}}dx$。

2．设方程 $z+xy=f(xz,yz)$ 确定可微函数 $z=z(x,y)$，求 $\frac{\partial z}{\partial x}$。

3．设函数 $f(x)=\left|\sin x\right|^3$，$x\in(-1,1)$，证明 $f'''(0)$ 不存在。

4．设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上连续，且 $f:[a,b]\to[a,b]$，证明存在 $c\in[a,b]$ 使得 $f(c)=c$。

5．设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上连续，$A=\{x\in[a,b]: f(x)=c\}\neq\Phi$（$\Phi$ 表空集）其中 $c$ 为常数，证明 $\sup A, \inf A\in A$。

6．证明不等式 $\frac{1}{2}-\frac{1}{2e}<\int_0^{+\infty}e^{-x^2}dx<1+\frac{1}{2e}$。

7．设级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_{2n-1}+a_{2n})$ 收敛，且 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=0$，则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 收敛。

8．计算曲线积分 $\int_{AB}(e^x\sin y-my)dx+(e^x\cos y-m)dy$，其中 $m$ 为常数，$AB$ 为由 $(a,0)$ 到 $(0,0)$ 经过圆 $x^2+y^2=ax$ 上半部的路线。

9．设 $f(x)=\frac{x+2}{x+1}\cos\frac{1}{x}$，$a>0$ 为任一正常数，试证 $f(x)$ 在 $[a,+\infty)$ 上一致连续。

二．本题共四个小题，每小题 15 分，共 60 分。

1．设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[-a, a]$ 上三次导数，0 是 $f(x)$ 的一个极值点，证明存在 $c \in (-a, 0) \cup (0, a)$ 使得 $f'''(c) \geq \frac{3}{a^3}[f(a) - f(-a)]$。

2．证明函数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx}{1+n^5x^2}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上一致收敛。

3．证明：设函数 $f(x)$ 在 $[a, +\infty)$ 上单调递减，且 $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ 收敛，证明 $\lim_{x\to+\infty} xf(x) = 0$。

4．计算曲面积分 $\iint_S x^2dydz + y^2dzdx + z^2dxdy$，其中 $S$ 是球面 $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$，并取外侧为正向。