苏州科技学院

2011 年硕士研究生入学考试初试试题

科目代码: 613 科目名称: 数学分析 满分: 150 分

1、 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+x)^{\frac{1}{x}}-e}{\sin x}$。（10 分）

2、 设 $x_1=2$, $x_{n+1}=\dfrac{1}{2}\left(x_n+\dfrac{2}{x_n}\right)$, $n=1,2,\cdots$

证明极限 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n$ 存在, 并求其极限值。（15 分）

3、 设 $u=f\left(x-y,y-z,z-x\right)$，假设 f 对其变量有直到二阶的连续偏导数，

求 $\dfrac{\partial^2 u}{\partial y\partial z}$。（15 分）

4、 计算不定积分 $I=\displaystyle\int\frac{1}{\left(1+x^2\right)^{\frac{3}{2}}}e^{3\arctan x}dx$。（15 分）

5、 设二元函数 $f\left(x,y\right)=\begin{cases}\left(x^2+y^2\right)\cos\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}, & x^2+y^2\neq 0;\\ 0, & x^2+y^2=0.\end{cases}$

（1） 求 $f_x'(0,0),\ f_y'(0,0)$；

（2） 证明 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处可微。（15 分）

6、 求曲线积分 $\displaystyle\oint_L\frac{xdy-ydx}{4x^2+y^2}$，其中 L 为以 $(1,0)$ 为圆心，R 为半径的圆周 $(R\neq 1)$，积分沿逆时

针方向进行。（15 分）

7、 设 $f_n(x)$ 是定义在 $[0,1]$ 上的单调递增非负函数列 $(n=1,2,...)$，证明

（1）若 $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(1)$ 收敛，则 $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ 在 $[0,1]$ 上一致收敛。

（2） 若 $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(1)$ 收敛，令 $f(x)=\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$，则 $f(x)$ 的不连续点一定是某个 $f_n(x)$ 的不连续点。（15 分）

8、 设 $f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上连续，对任意 $x\in[1,+\infty)$ 有 $f(x)>0$，且 $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln f(x)}{\ln x}=-\lambda$，证明当 $\lambda>1$ 时，$\int_1^{+\infty} f(x)dx$ 收敛。（15 分）

9、 计算曲面积分 $\oiint_{\Sigma}(x-y+z)dydz+(y-z+x)dzdx+(z-x+y)dxdy$，

其中 Σ 是 $|x-y+z|+|y-z+x|+|z-x+y|=1$ 的外表面。（15 分）

设函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 内二阶可导，且 $f(a)=f(b)=0$，求证若存在 $c\in(a,b)$ 使 $f(c)>0$，则存在 $\xi\in(a,b)$，使 $f''(\xi)<0$。（20 分）