

苏州科技学院
2012 年硕士研究生入学考试初试试题

科目代码: 615 科目名称: 数学分析 满分: 150 分

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

一、计算极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \int_0^x \cos t^2 dt}{\sin^5 x}$ 。(10 分)

二、已知 $f(x) = \begin{cases} x^{2x}, & x > 0 \\ x+1, & x \leq 0 \end{cases}$,

(1) 研究 $f(x)$ 在 $x=0$ 处的连续性; (5 分)

(2) 问 x 为何值时, $f(x)$ 取得极值。(10 分)

三、设 $u = f(z)$, 其中 z 为方程式

$$z = x + y\varphi(z)$$

所确定的变量为 x 和 y 的隐函数, 并且 f, φ 为可微函数。

证明: $\frac{\partial u}{\partial y} = \varphi(z) \frac{\partial u}{\partial x}$ 。(15 分)

四、计算二重积分 $\iint_D |\cos(x+y)| dx dy$, 其中 $D = \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \times \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 。(15 分)

五、设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上二阶可导, 过点 $A(a, f(a))$ 与 $B(b, f(b))$ 的直线与曲线 $y = f(x)$ 相交于 $C(c, f(c))$, 其中 $a < c < b$ 。证明: 在 (a, b) 中至少存在一点 ξ , 使 $f''(\xi) = 0$ 。
(15 分)

六、计算第二型曲线积分 $I = \oint_C \frac{xdy - ydx}{3x^2 + 4y^2}$ ，其中 C 为椭圆 $2x^2 + 3y^2 = 1$ ，沿逆时针方向。

(15 分)

七、设 $f_n(x) = \frac{x}{1+n^3x^3}$, $x \in [0, +\infty)$,

证明：(1) $\{f_n(x)\}$ 在 $[0, +\infty)$ 内一致收敛于 0；(10 分)

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{+\infty} f_n(x) dx = 0$ 。(10 分)

八、求幂级数 $\sum_{n=2}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n(n+1)} x^n$ 的收敛区域。(15 分)

九、计算第二型曲面积分 $\iint_{\Sigma} x(y^2 + z^2) dydz$ ，其中 Σ 为 $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ 的外侧。(15 分)

十、设 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$ 在 $[a, b]$ 上收敛， $u_n(x)$ 连续可微，且 $\left| \sum_{k=1}^n u'_k(x) \right| \leq M$ 对一切 $x \in [a, b]$

及 $n = 1, 2, \dots$ 成立。证明：级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$ 在 $[a, b]$ 上一致收敛。(15 分)