南京邮电大学

2004年攻读硕士学位研究生入学考试数字信号处理试题

(考生注意：答案写在答题纸上，保持卷面整洁。)

一、基础题（共50分）

1、填空题（每题2分，共20分）

（1）、离散时间信号与数字信号的区别是____________________。

（2）、正弦类正交变换中最常用的是_____变换，统计性能最佳的实数域正交变换是_____变换。

（3）、一个数字低通从0—10000Hz的信号中滤取0—4000Hz的频率成分，该滤波器的抽样频率至少为______。

（4）、某长度为N的有限长序列$x(n)$，已知N=p×q（p和q皆为整数）。现用p组每组q点的DFT组合得到$x(n)$的DFT，如果乘1和-1等都考虑在内，则所需的复乘次数是________。

（5）、将模拟滤波器$H(s)$变换成数字滤波器$H(z)$，常用的方法有脉冲响应不变法和双线性不变法。双线性变换法的设计思路是

$H(s)\rightarrow$微分方程$\rightarrow$差分方程$\xrightarrow{Z[.]}H(z)$，脉冲响应不变法的设计思路是___。

（6）、已知$x(n)$的DFT为$X(k)=3W_8^0+4W_8^k+3W_8^{2k}+2W_8^{3k}+W_8^{4k}+W_8^{6k}+2W_8^{7k}$则序列$x(n)$为__________。

（7）、已知某线性相位FIR数字滤波器的一个零点为1+j，则可判断该滤波器必有零点___________________。

（8）、设序列$x(n)$和$y(n)$的Z变换分别为$X(z)$和$Y(z)$，且$y(2n)=y(2n+1)=x(n)$则$X(z)$和$Y(z)$的关系为_________。

（9）、对长度N=4的实序列$x(n)$求4点DFT已知$X(0)=10,X(1)=-2+2j,X(2)=-2$

根据DFT的性质可知$X(3)=$_________。

（10）、滤波器系数量化使零极点位置的取值范围由一个连续域变换为一个离散的z平面点阵，从而造成零极点漂移，导致系统特性改变。如果在Z平面上量化位置的分布密度是在实轴附近分布的稀，在虚轴附近分布的密，那么对低通、高通、带通滤波器中哪种滤波器量化误差较大_________。

2、判断题（每题3分，共15分）

（错的请指出错误之处，并解释原因或给出正确结果）

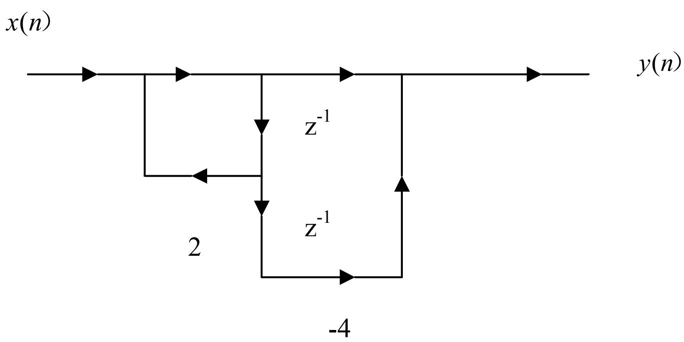
（1）、根据DFT的虚实、奇偶特性，如果随机信号序列的功率谱是实偶的，说明该信号序列是实偶的。

（2）、已知 $x(n)=a^n u(n)$，其 Z 变换为 $X(z)=\dfrac{1}{1-az^{-1}}$，令 $y(n)=x(Nn)$，则根据序列抽取性质可得 $Y(z)=X(z^{\frac{1}{N}})=\dfrac{1}{1-az^{\frac{1}{N}}}$。

（3）、用窗口法设计 FIR 数字滤波器，由于加了窗口函数使滤波器的理想特性受到影响，主要表现在形成过渡带和在过渡带两旁产生肩峰和余振。通过改变窗口的大小可以减少过渡带及在过渡带两旁产生的肩峰和余振，达到改善滤波器性能的目的。

（4）、按时间抽取（DIT）的 FFT 运算，是按输入序列 $x(n)$ 在时域的奇、偶次序进行分组，所以只要输入是码位倒置，输出是自然顺序的，则可判断为是按时间抽取（DIT）FFT.

（5）、以非递归结构实现的数字滤波器肯定是 FIR 滤波器，下图所示的结构为递归结构，故对应的滤波器是 IIR 数字滤波器。



3、简答题（每题 5 分，共 15 分）

（1）、$x(n)=\cos(\dfrac{2}{7}\pi n-\dfrac{\pi}{4})$和$x(n)=e^{j(\frac{1}{8}n-\pi)}$是否为周期序列？若是，周期为多少？

（2）、已知 $x(n)$ 和 $y(n)$ 都是 N 点实序列，$X(k)$和$Y(k)$ 分别是他们的 N 点 DFT，今需要从 $X(k)$、$Y(k)$ 求 $x(n)$、$y(n)$ 的值。为了提高运算效率，怎样用一次 N 点 IFFT 运算完成上述要求？

（3）、下图所示是信号 1 和信号 2 的功率谱密度，试问信号 1 和信号 2 中哪个信号的相关性强？为什么？

二、证明题（每题 6 分，共 12 分）

1、如果 $\tilde{x}(n)$ 是周期为 N 的周期序列，那么 $\tilde{x}(n)$ 也是周期为 2N 的周期序列。先将 $\tilde{x}(n)$ 视为周期为 N 的周期序列，其离散傅立叶级数的系数用 $\tilde{X}_1(k)$ 表示，再将 $x(n)$ 视为周期为 2N 的周期序列，其离散傅立叶级数的

系数用$\tilde{X}_2(k)$表示。$\tilde{X}_1(k)$和$\tilde{X}_2(k)$分别是周期为 N 和 2N 的周期序列。试证：

$$\tilde{X}_2(k)=\begin{cases}2\tilde{X}_1(\frac{k}{2}), k\text{为偶数}\\ 0 \quad k\text{ 为奇数}\end{cases}$$

2、一个具有零均值和方差为σ_x^2的平稳白噪声序列$x(n)$，作为具有单位脉冲响应为$h(n)$的系统输入，输出为 y(n)，试证：$E\left[x(n)y(n)\right]=h(0)\sigma_x^2$

三、简单计算题（共 16 分）

1、（5 分）以 10kHz 的速率对模拟数据进行采样以分析其频谱。现计算了 2048 个采样的离散傅立叶变换，问频谱采样之间的频率间隔为多少赫兹？

2、（5 分）已知以模拟原型滤波器的系统函数为$H_a(s)=\dfrac{3s+2}{2s^2+3s+1}$，采样周期为 T，请用脉冲响应不变法将其转换成相应的数字滤波器。

3（6 分）一个采样数字处理低通滤波器如下图所示，$H(z)$的截止频率为$\omega_c=0.2\pi$。整个系统相当于一个模拟低通滤波器。今采样频率$f_s=200Hz$,问等效的模拟低通滤波器的截止频率f_c为多少赫兹？若$f_s=1000Hz$，而$H(z)$不变，这时等效的模拟低通滤波器的截止频率f_c又为多少？

四、分析计算题（共 40 分）

1、（10 分）已知序列$x(n)$的 Z 变换为$X(z)$

（1）如果$x(n)$在 n<0 时为零，试证$\lim\limits_{z\to\infty}X(z)=x(0)$

（2）如果$x(n)$在 n>0 时等于零，那么$X(z)$与$x(0)$是什么关系？

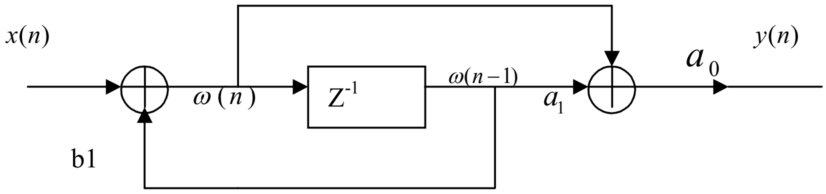
（3）若$X(z)=\dfrac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}+\dfrac{\frac{1}{4}}{1-2z^{-1}}$，且$X(z)$的收敛域包括单位圆，试求$x(0)$。

2、（10 分）下图所示是一个一阶因果稳定系统的结构，要求：

（1）列出系统的差分方程和系统函数；

（2）求出$b_1=0.5, a_0=0.5$和$a_1=1$情况下的单位脉冲响应$h(n)$；

（3）用几何法确定系统的大致频响$H(e^{j\omega})=|H(e^{j\omega})|e^{j\phi(\omega)}$（画出幅频特性曲线和相频特性曲线）。



3、（10 分）已知线性移不变离散时间系统，其差分方程为 $y(n)=2.5y(n-1)-y(n-2)+x(n-1)$

（1）求系统函数 $H(z)=Y(z)/X(z)$，画出 $H(z)$ 的零极点分布图；

（2）如果系统是因果的，求系统的单位脉冲响应 $h(n)$，指出系统的稳定性；

（3）如果系统是稳定的，求系统的单位脉冲响应 $h(n)$，指出系统的因果性。

4、（10 分）已知某系统的差分方程为 $y(n)=x(n)-x(n-4)$

（1）求系统函数 $H(z)$ 及其零点；

（2）求系统的单位脉冲响应 $h(n)$，画出系统的幅频特性曲线和相频特性曲线；

（3）如果想用该系统阻止直流，$50Hz$ 工频及其 2，3，4 等高次谐波通行，则系统的采样频率应是多少？

五、设计题（共 32 分）

1、（6 分）已知 $h_a(t)$、$s_a(t)$ 分别是一个时域连续的时不变滤波器的冲激响应和阶跃响应，令 $h(n)$和$s(n)$ 分别表示一个时域离散的线性时不变数字滤波器的单位脉冲响应和阶跃响应。问

（1）如果 $h(n)=h_a(nT)$，是否 $s(n)=\sum_{k=-\infty}^{n}h_a(kT)$？

（2）如果 $s(n)=s_a(nT)$，是否 $h(n)=h(nT)$？

2、（8 分）用频率采样法设计一线性相位 FIR 数字滤波器。在区间 $[0,2\pi]$ 上对 $H_d(e^{j\omega})$ 进行 15 点均匀采样，其采样为 $H(k)=H_k e^{j\theta k}$，已知幅度采样值为

$$H_k=\begin{cases}1, k=0\\ 0.5, k=1,14\\ 0, k=2,3,\cdots,13\end{cases}$$

（1）设计采样值的相位 θ_k，指出该滤波器属第几类线性相位 FIR 数字滤波器；

（2）求该滤波器的单位脉冲响应 $h(n)$。

3、（10 分）用双线性变换法设计一个二阶巴特沃兹（Butterworth）高通数字滤波器，采样频率为 $f_s = 9kHz$，3dB 截止频率为 $3kHz$，已知二阶巴特沃兹滤波器的归一化低通原型为 $H(s) = \dfrac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1}$，要求：

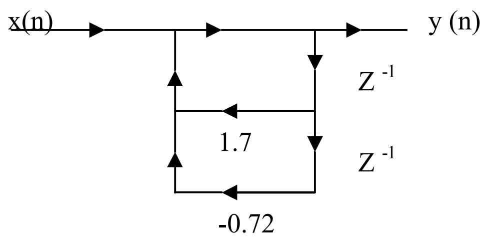
（1）设计该高通滤波器的系统函数 $H(z)$；

（2）画出该滤波器的直接Ⅱ型（正准型）实现结构。

4、（8 分）通常定点制都把数限制在 ± 1 之间，在定点制运算中为了使输出不发生溢出，往往必须在网络的输出加一比例因子 A，即网络的输出为 $y(n) = A\sum_{m=0}^{\infty} h(m)x(n-m)$，若输入 $x(n)$ 的动态范围为 $\pm x_{\max}$，则此比例因子 A 可以作用来确定 $|y(n)| \le A\sum_{m=0}^{\infty} |h(n)||x(n-m)|$，因此

$y_{\max} \le Ax_{\max}\sum_{m=0}^{\infty} |h(m)|$ 故只要 $A < \dfrac{1}{x_{\max}\sum_{m=0}^{\infty} |h(m)|}$，则可使 $y_{\max} < 1$ 成立，从而保证不发生溢出。今有二阶网络用定点制运算 $H(z) = \dfrac{1}{(1-0.9z^{-1})(1-0.8z^{-1})}$

输入动态范围为 $x_{\max} < 1$ 成立，为使运算过程中任何地方都不出现溢出，试问当用下图所示的直接型结构实现时，比例因子 A 应在说明范围？信号的最大输出 $y_{\max}$ 为多少？



(注：在定点制运算中，加法运算会造成溢出，乘法运算不会造成溢出，除非是滤波器系数的绝对值大于 1 的情况)