南京邮电大学

2008年攻读硕士学位研究生入学考试

数字信号处理试题

考生注意：答案写在答题纸上（包括填空题等），保持卷面整洁。

一、填空题（每空1分，共10分）

1. 由模拟滤波器设计IIR数字滤波器时，脉冲响应不变法不适合设计低通、高通、带通、带阻中的______和______。

2. 在 s 平面与 z 平面之间的标准映射关系 $z=e^{sT}$ 下（T 为采样周期），s 平面上每一个宽为 $\Omega=$______的横带都映射到整个 z 平面。

3. 一个数字滤波器，如果是因果稳定系统，则其系统函数的所有极点应在______。

4. FFT算法利用了W因子的一些有效的性质，如 $W_N^{\frac{N}{2}}=$______。

5. 用窗口法设计FIR数字滤波器时，如果窗函数是矩形窗，增加窗长时所设计的数字滤波器的阻带最小衰耗______，过渡带______。

6. 由于有限字长的影响，在数字系统中存在着三种误差，除了输入信号和系统参数的量化效应外，还有一种是______。

7. 已知有限长序列 $x(n)$ 的长度为 N，其Z变换为 $X(z)$，则 $x(n)$ 的傅里叶变换（DTFT）和 N 点离散傅里叶变换（DFT）与 $X(z)$ 的关系分别为 $X(e^{j\omega})=$______，$X(k)=$______。（$k=0,1,\cdots,N-1$）

二、选择题（每题2分，共10分）

1. 一个理想采样系统，采样频率为 $\Omega_s=8\pi$，采样后经理想低通 $H(j\Omega)$ 还原，

$$H(j\Omega)=\begin{cases}\frac{1}{4}, & |\Omega|<4\pi \\ 0, & |\Omega|\geq 4\pi\end{cases}$$

在输入 $x_1(t)=\cos 2\pi t$，$x_2(t)=\cos 5\pi t$ 下输出信号分别为 $y_1(t)$ 和 $y_2(t)$，则

a. $y_1(t)$ 没有失真、$y_2(t)$ 有失真　　　　b. $y_1(t)$ 和 $y_2(t)$ 都有失真

c. $y_1(t)$ 和 $y_2(t)$ 都没有失真

2. 已知正弦序列 $x(n)=\sin(\frac{16}{5}\pi n)$，则该序列

a. 是周期序列，周期为 $\frac{5}{8}$　　b. 是周期序列，周期为 5　　c. 不是周期序列

3. 一个 FIR 数字滤波器，其实现结构为

a. 递归结构　　b. 非递归结构　　c. 递归结构或非递归结构

4. 已知系统的单位脉冲响应为 $h(n)=u(3-n)$，则该系统为

a. 非因果、不稳定　　b. 非因果、稳定　　c. 因果、不稳定

5. 已知系统的输入输出关系为 $y(n)=2x(n)+5$，则该系统为

a. 线性、时不变系统　　b. 非线性、时不变系统　　c. 非线性、时变系统

三. 画图题（每题 10 分，共 20 分）

1. 画出 $N=6$ 按时间抽取（DIT）的 FFT 分解流图，要求

（1）按照 $N=3\times 2$ 分解，注明输入、输出序列及每一级的 W 因子。

（2）指出比直接计算 DFT 节约了多少次乘法运算。

2. 设滤波器的系统函数为 $H(z)=(1-1.4142z^{-1}+z^{-2})(1+z^{-1})$，分别画出其横截型、级联型、线性相位型实现结构。

四. 证明题（共 10 分）

设 $\tilde{x}(n)$ 是周期为 N 的周期序列，通过单位脉冲响应长度为 N 的线性移不变离散时间系统 $H(z)$，输出序列 $\tilde{y}(n)$ 依然是周期为 N 的周期序列。

试证：$\tilde{y}(n)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}H(W_N^{-k})\tilde{X}(k)W_N^{-nk}$　　（其中 $\tilde{X}(k)$ 是 $\tilde{x}(n)$ 的 DFS）

五. 设计题（共 36 分）

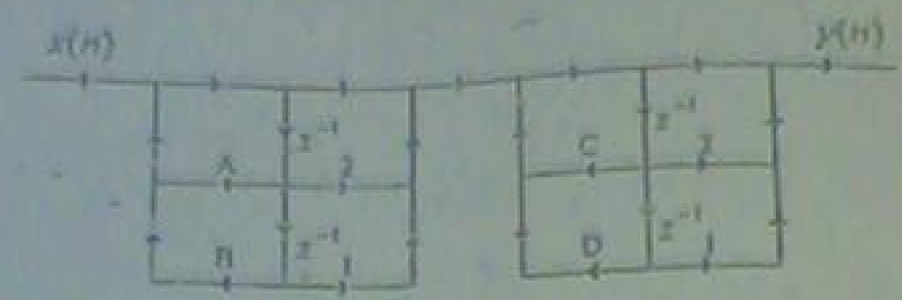
1. （10 分）已知模拟低通滤波器的传递函数为

$$H_a(s)=\frac{3}{(s+1)(s+3)}$$

试用脉冲响应不变法和双线性变换法将该模拟传递函数转变为数字传递函数 $H(z)$。（采样周期 $T=0.5$）

2.（6分）把模拟低通滤波器转移函数的 s 用 $\frac{1}{s}$ 代替，即得到模拟高通滤波器。如果用 $H_a(s)$ 表示低通模拟滤波器的转移函数，用 $G_a(s)$ 表示高通模拟滤波器的转移函数，则有 $G_a(s)=H_a\left(\frac{1}{s}\right)$。下图所示网络表示某一截止频率为 $\omega_c=\frac{\pi}{3}$ 的低通数字滤波器，图中的A、B、C、D都是实常数。

试问：为了得到截止频率为 $\omega_c=\frac{2\pi}{3}$ 的高通数字滤波器，图中的系数应怎样修改。



要求：按照由数字低通 $H(z)\to$ 模拟低通 $H_a(s)\to$ 模拟高通 $G_a(s)\to$ 数字高通 $G(z)$，并借助双线性变换 $s=\frac{z-1}{z+1}$ 进行转换。

3.（10分）用矩形窗设计一个线性相位高通滤波器，其理想频响为

$$H_d(e^{j\omega})=\begin{cases}e^{-j(\omega-\pi)\alpha}, & \pi-\omega_c\le|\omega|\le\pi\\ 0, & 0\le|\omega|\le\pi-\omega_c\end{cases}$$

（1）求出 $h(n)$ 的表达式，确定时延 α 与窗长 N 的关系；

（2）问有几种可能的类型，分别属于哪一种线性相位滤波器。

4.（10分）用双线性变换法设计一个三阶巴特沃兹（Butterworth）低通数字滤波器（要求预畸），采样频率为 $f_s=1.6\text{kHz}$，3dB 截止频率为 400Hz。

（已知三阶巴特沃兹滤波器的归一化低通原型为 $H(s)=\frac{1}{s^3+2s^2+2s+1}$）

要求：（1）设计该低通滤波器的系统函数 $H(z)$；

（2）画出该滤波器的直接II型（正准型）实现结构。

六．说明题（共14分）

1.（8分）已知 $x(n)$ 是长为2N的实序列，试说明如何通过一次N点的FFT得到 $X(k)$。

2.（6 分）对连续的单一频率周期信号 $x_a(t)=\sin(2\pi f_a t)$，按采样频率 $f_s=8f_a$ 采样，截取长度 $N=16$ 分析其 DFT 结果，可以发现在 $k=2$ 和 $k=14$ 的地方有两根谱线。试说明为什么看不到由于截断产生的频谱泄漏。

七 计算及综合题（共 50 分）

1.（12 分）已知 $x_1(n)=\{1,1,1\}$，$x_2(n)=\{1,1,1,0,0,0,1\}$。

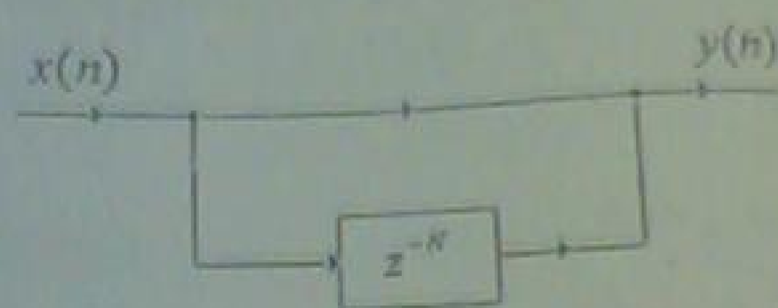
（1）计算 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 的线性卷积和 7 点圆周卷积；

（2）什么条件下，线性卷积等于圆周卷积。

2.（12 分）求下列序列的 Z 变换、零极点和收敛域。

（1）$x(n)=-0.5^n\ u(-n-1)$　　　（2）$x(n)=\cos\omega_0 n\ u(n)$

3.（12 分）写出下图所示梳状滤波器的差分方程、系统函数和系统的单位脉冲响应 $h(n)$，画出零极点分布图和频响幅度特性的大致曲线，并说明该系统是 IIR 系统还是 FIR 系统，是递归还是非递归结构。



4.（14 分）已知 N 点序列 $x(n)$ 的离散傅里叶变换为 $X(k)=\begin{cases}\dfrac{N}{2}e^{j\theta}, & k=m\\ \dfrac{N}{2}e^{-j\theta}, & k=N-m\\ 0, & 其它k\end{cases}$

其中 m 为某一正整数，且 $0<m<\dfrac{N}{2}$。要求：

（1）求出序列 $x(n)$；

（2）用 $x_e(n)$ 和 $x_o(n)$ 分别表示 $x(n)$ 的共轭偶对称序列和共轭奇对称序列，分别求出 $\mathrm{DFT}[x_e(n)]$ 和 $\mathrm{DFT}[x_o(n)]$。

（3）求出 $X(k)$ 的共轭偶对称序列 $X_e(k)$ 和共轭奇对称序列 $X_o(k)$。