

## 2000 年南京航空航天大学常微分方程试题

考研加油站收集整理 <http://www.kaoyan.com>

1. 解下列各题 (每小题 9 分)

(1) 求通解:  $(2x+1)y' = 4x+2y$ .(2) 求通解:  $\frac{dy}{dx} = \frac{2y}{6x-y^2}$ .(3) 求特解:  $y'' = 3\sqrt{y}$ ,  $y(0)=1$ ,  $y'(0)=2$ .

(4) 将下面的方程化为一阶线性方程:

$$x = yy' + a(y')^2.$$

(5) 利用积分因子解方程:  $(x-y^2)dx + 2xydy = 0$ .2. (1) 求  $\frac{dy}{dx} = x^2 + y^2$ ,  $y(0)=1$  的解的逐次逼近  $y_1$ 与  $y_2$ . (9分)

(2) 求下列方程组的通解:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_1 - x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 \\ \frac{dx_3}{dt} = x_1 + x_2 + 2x_3 \end{cases} \quad (9\text{分})$$

(3) 用幂级数求通解:  $y'' - xy = \sin x$ . (9分)

3. 设  $f(y)$  在  $[0, 1]$  上有连续导数, 证明方程

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = e^{xy} f(y) \\ y(x_0) = y_0, \end{cases} \quad x_0 \in [a, b], y_0 \in [0, 1]$$

满足解的存在唯一性定理的条件. (10分)

4. 在线性方程组

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = A(t)\vec{x} + \vec{f}(t)$$

中, 设矩阵  $A(t)$  的每个元素及向量  $\vec{f}(t)$  的每个分量都是区间  $(a, b)$  上的连续函数.

(1) 叙述该方程组对应的齐次方程组的结构定理. (3分)

(2) 叙述该方程组的解的结构定理, 并证明之. (6分)

5. 判断下列方程组的零解的稳定性:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -3x + y + x^2 \\ \frac{dy}{dt} = -5x + y - xy. \end{cases} \quad (9\text{分})$$