kaoyan.com 考研加油站

2000年南京航空航天大学高等代数考研试题

考研加油站收集整理 http://www.kaoyan.com

1.(20)

(1). 利用综合除法将 $2x^4+x^3+7x^2-8x+14$ 表示成

$$ax(x-1)(x-2)(x-3)+bx(x-1)(x-2)+cx(x-1)+dx+e,$$

求出 a, b, c, d 和 e（必须列出综合除法算式）.

(2). 设 $f(x)=x^2+(c+6)x+4c+2$，$g(x)=x^2+(c+2)x+2c$，求 c 使得 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的最高公因式是一次多项式.

2.(20). 设向量组

$$a_1=(1,0,1,0)^T,\quad a_2=(-1,-2,1,2)^T,\quad a_3=(1,-1,1,1)^T.$$

(1). 利用 Schmidt 正交化法作出标准(或单位)正交组 b_1, b_2, b_3;

(2). 求向量 b_4，使方阵 $[b_1, b_2, b_3, b_4]$ 是一个正交阵且其行列式为 -1.

3.(20). 已知线性方程组

$$(A)\ \begin{cases} x_1+2x_2+x_3 = 0 \\ x_1 - x_3 + x_4 = 0 \end{cases},\qquad (B)\ \begin{cases} -2x_1+x_2+6x_3-x_4=0 \\ x_1+x_2-x_3 = 0. \end{cases}$$

(1). 求线性方程组 (A)、(B) 的解空间 S_1、S_2 的基和维数;

kaoyan.com 考研加油站

kaoyan.com
考研加油站

(2). 求 $S_1 \cap S_2$ 和 $S_1 + S_2$ 的基和维数.

4.(15). 设 $A \in R^{n\times n}$, $A=[a_{ij}]$ 具有性质

(i) $0 \le a_{ij} \le 1$, $\forall i,j$; (ii) $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} = 1$, $1 \le i \le n$.

证明: (1). A^2 也具有性质 (i) 和 (ii);

(2). A 必有一个特征值 $\lambda = 1$.

(3). 求 A 相应于 $\lambda = 1$ 的特征向量.

5.(10). 设 D 为非奇异对角阵, $D = A(I+A)^{-1}$, 其中 I 表示单位阵, 证明: $I+A$ 是对角阵.

6.(7). 设 $A, B \in R^{n\times n}$ 都是对称正定阵. 证明: AB 之特征值都是正数.

7.(8).

(1). V 是 n 维欧氏空间, S 是 V 的子空间, a 是 V 的一个向量, 且

$$(a,b)+(b,a) \le (b,b), \ \forall b \in S,$$

其中 $(\cdot,\cdot)$ 表示内积. 证明: $(a,b)=0$, $\forall b \in S$.

(2). 若 V 是无限维复内积空间, 证明 (1) 中结论也成立.

kaoyan.com
www.k
kaoyan.com
考研加油站