download.kaoyan.com

南京航空航天大学

二〇〇一年硕士研究生入学考试试题

考试科目：微分几何

说　明：答案一律写在答题纸上

1. 设Γ：$\vec{r}=\vec{r}(s)$为柱面螺线，$\vec{\alpha},\vec{\beta}$为Γ的切（线）矢和主法（线）矢，R为Γ的曲率半径，证明：

$$\bar{\Gamma}:\ \bar{\vec{r}}(s)=R\vec{\alpha}-\int\vec{\beta}\,ds$$ 也为柱面螺线。（10分）

2. 设曲面$\vec{r}=\{\cos u-(u+v)\sin u,\sin u+(u+v)\cos u,2u+v\}$，它的 v 线是母线，证明：

(1) 它为可展曲面；

(2) 它是圆柱螺线$\vec{r}=\{\cos v,\sin v,v\}$的切线曲面。（10分）

3. 证明在螺面$\vec{r}=\{u\cos v,u\sin v,\ln\cos v+v\}$上每两条螺线（$v$线）把所有$u$线截出等长的曲线段。（10分）

4. 设平面曲线$\vec{r}=\{a(t-\sin t),a(1-\cos t)\}$ $(0\le t<2\pi),a>0,\dfrac{ds}{dt}>0$

（s为弧长）

(1) 求相对曲率k_r；

(2) 当$t=0$时，$s=0$，写出自然方程或内在方程；

(3) 求曲率中心轨迹　　（15分）

download.kaoyan.com

5. (1) 由曲线论基本公式，说明（不需要计算）$\dot{\vec{\alpha}}, \dot{\vec{\beta}}, \dot{\vec{\gamma}}$ 都垂直于 $\vec{\Omega} = \vec{\beta} \times \dot{\vec{\beta}}$；

(2) 把 $\vec{\Omega} = \vec{\beta} \times \dot{\vec{\beta}}$ 表示成 $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ 的线性组合；

(3) 对圆柱螺线 $\vec{r} = \{a\cos\theta, a\sin\theta, b\theta\}$，$(a > 0 \quad b \neq 0)$ 证明 $\vec{\Omega} = \vec{\beta} \times \dot{\vec{\beta}}$ 与正 z 轴同向。（15分）

其中 $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ 分别为曲线 $\vec{r} = \vec{r}(s)$ 的切（线）矢，主法（线）矢，副法（线）矢。

6. 设圆环面 $\vec{r} = \{(a + r\cos v)\cos u, (a + r\cos v)\sin u, r\sin v\}$ $(0 \le u, v < 2\pi)$ $(a > r > 0)$，求它的

(1) 总面积；

(2) 第二基本齐式；

(3) 主曲率和曲率线；

(4) 椭圆点、抛物点、双曲点。（30分）

7. 设悬链面 S_1：$\vec{r} = \left\{ a\,ch\dfrac{t}{a}\cos\theta, a\,ch\dfrac{t}{a}\sin\theta, t \right\}$ $(-\infty < t < +\infty, \quad 0 < \theta < 2\pi)$

及正螺面 S_2：$\vec{r} = \{v\cos u, v\sin u, au\}$ $(0 < u < 2\pi, -\infty < v < +\infty)$

(1) 写出它们的第一基本齐式；

(2) 证明悬链面可贴合于正螺面。（10分）