

南京航空航天大学

二〇〇一年硕士研究生入学考试试题

考试科目: 量子力学

说明: 答案一律写在答题纸上

一、简单回答下面问题(每小题8分,共40分)

1. 如果系统波函数分别为:

$$(1) \psi_1 = \varphi(x)e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$$

$$(2) \psi_2 = \varphi(x)e^{-\frac{i}{\hbar}Et} + \varphi(x)e^{\frac{i}{\hbar}Et}$$

在上述两种情况下,系统是否处于定态?为什么?

2. 简述量子力学中的隧道效应。说明在什么情况下,量子力学可以过渡到经典力学,隧道效应消失。

3. 已知 \hat{A} 和 \hat{B} 都是线性厄米算符,判断下面算符是否为厄米算符。

$$(1) \hat{A} - i\hat{B}$$

$$(2) i(\hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A})$$

4. 什么是量子力学系统的力学量完全集合?它有什么特征?试指出氢原子系统力学量的完全集合。(不考虑自旋轨道耦合)

5. 设角动量分量 \hat{L}_z 的本征态为 $|\psi_m\rangle$, 求角动量沿着与 z 轴成 θ 角的 z' 方向上的分量 $\hat{L}_{z'}$ 在该本征态中的平均值。

二、(本题 20 分)

一个质量为 m , 自旋为 $\frac{1}{2}$ 的粒子在一维无限深势阱

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x \leq 0, \quad x \geq L \\ 0, & 0 < x < L \end{cases} \quad \text{中运动.}$$

(1) 求粒子波函数和能量, 并讨论能级简并情况.

(2) 如果粒子受到一微扰 $H' = \lambda \cos \frac{2\pi x}{L} \hat{S}_z$, ($0 < x < L$) λ 为小量. 求粒子

基态的能量 (准确到一级微扰修正).

三、(本题 20 分)

对一维谐振子, 定义算符 $\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2\mu\hbar\omega}}(\mu\omega\hat{x} + i\hat{p})$ $\hat{a}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2\mu\hbar\omega}}(\mu\omega\hat{x} - i\hat{p})$;

μ, ω 分别是谐振子的质量和圆频率, \hat{x}, \hat{p} 分别是谐振子的位置和动量算符.

(1) 求 $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger]$

(2) 设 $|n\rangle$ 为一维谐振子哈密顿算符 \hat{H} 的本征态

$$\hat{H}|n\rangle = E_n|n\rangle$$

$$E_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right) \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$\text{且 } \langle n' | n \rangle = \delta_{n'n}$$

$$\text{求 } \hat{a}^\dagger \hat{a} |n\rangle, \quad \hat{a}^\dagger |n\rangle, \quad \hat{a} |n\rangle$$

(3) 证明: 在 $|n\rangle$ 态中, 谐振子的平均动能和平均势能相等.

四、(本

将一

(1) 计

(2) 如

内

级

(3) 如

526

第3页

四、(本题20分)

将一基态氢原子放在沿 z 轴方向的均匀磁场 B 中。

(1) 计算氢原子能级的分裂。

(2) 如果沿 x 轴方向再加一个交变磁场 $B' = B_0 \cos \omega t$ ，计算单位时间内氢原子从一个能级跃迁到另一个能级的几率。说明：实现能级跃迁对磁场变化频率有什么要求？

(3) 如果交变磁场 B' 方向沿 z 轴，情况又怎样？

2 页

求粒子

- $i\hat{p}$);

和动量

南 航

南 航