南京航空航天大学

二〇〇一年硕士研究生入学考试试题

考试科目：离散数学

说 明：

一（8'） 在两个群的同构映射下，求证

（1） 单位元素映射为单位元素；

（2） 每个元素的逆元映射为该元素的像的逆元。

二(10') 求证：若简单图G为不连通的，则它的补图为连通的。

三（6'） 求证：若图G与它的补图同构，则G有4n或4n+1个结点。

四(12') (1) 给出二元关系传递闭包的定义。

(2) 给出二元关系传递闭包的计算方法并加以证明。

五（8'） 已知集合A上的二元关系R_1,R_2具有对称性。

（1）问复合关系$R_1 \circ R_2$是否具有对称性？

（2）若有，则证之；否则举出反例，给出$R_1 \circ R_2$具有对称性的充要条件并加以证明。

六（12'） 求证 阶为素数的群为循环群。

七（12'）设 A 为非空集合，集合 $\Omega_1=\{\Pi:\Pi\text{为集合}A\text{的划分}\}$，集合 $\Omega_2=\{R:R\text{为}A\text{上的等价关系}\}$，求证：$\Omega_1$ 与 Ω_2 的基数相同（即，Ω_1 与 Ω_2 等势）。

八（14'）设 G(V1, V2) 为二部图，对 V1 的任意非空子集 A，以 Q(A) 表示 V2 中与 A 的至少一个点邻接的点的集合，求证：存在从 V1 到 V2 的完全匹配当且仅当对 V1 的每个子集 A，$|A| < |Q(A)|$（即，集合 Q(A) 中元素的个数大于或等于 A 中元素的个数。）

九（8'） 设 $f:A\to A$，存在正整数 n 使得 $f^n=I_A$（I_A 表示集合 A 上的恒等函数），求证，对任意整数 i，f^i 为双射函数。

十（10'） 将下列推理符号化并给出形式证明

每个自然数不是偶数就是奇数，自然数为偶数当且仅当它能被 2 整除。并不是所有的自然数都能被 2 整除。所以有的自然数为奇数。