02A

研究生入学考试标准答案纸

试题编号 415　考试科目名称 自控原理(A)　共 7 页 第 1 页

题解若有问题，以改卷时的正确答案为准，恕不修改。

一、解：1. $G(s)=\dfrac{8}{(s+4)(s+2)}=\dfrac{8}{s^2+6s+8}$

$\phi(s)=\dfrac{8}{s^2+6s+16}$，可见 $\omega_n^2=16$，$2\xi\omega_n=6$

解出 $\xi=0.75$，$\omega_n=4$

$\sigma\%=e^{-\pi\xi/\sqrt{1-\xi^2}}\times100\%=2.84\%$

$t_p=\dfrac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}=1.187$ 秒，$t_s=\dfrac{3.5}{\xi\omega_n}=1.167$ 秒

2. 此系统为零型系统，开环增益 $K=1$，系统稳定，

∴ $r(t)=2\cdot1(t)$ 时，$e_{ssr}=\dfrac{V_0}{1+K}=\dfrac{2}{1+1}=1$

$n(t)=4\cos3t$ 时，

∵ $\varphi_{cn}(s)=\dfrac{\dfrac{8}{s+2}}{1+\dfrac{8}{(s+4)(s+2)}}=\dfrac{8(s+4)}{s^2+6s+16}$

$\varphi_{cn}(j3)=\dfrac{8(j3+4)}{j18+7}=2.07\angle-31.88^\circ$

∴ $e_{ssn}=-c_{ssn}=-2.07\times4\cos(3t-31.88^\circ)$

总误差 $e_{ss}=e_{ssr}+e_{ssn}=1-8.28\cos(3t-31.88^\circ)$

负责人签名 丁勇

研究生入学考试标准答案纸

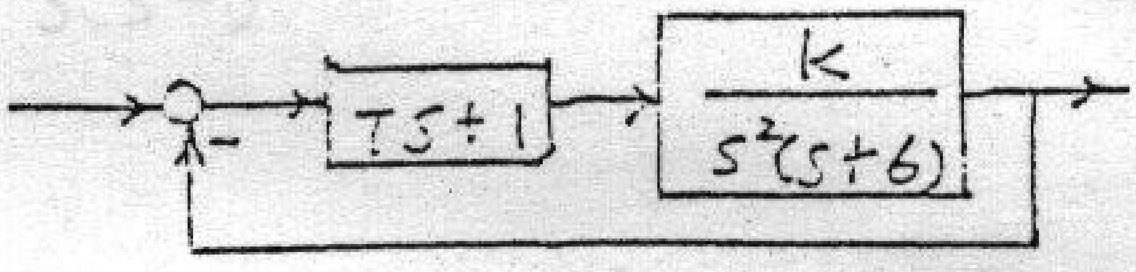
试题编号________ 考试科目名称________

二、解：

1. 由 $G(s)$ 得特征方程 $s^3+6s^2+K=0$ ∵缺项 ∴系统一定不稳定

2. 答案不唯一.

a. 设系统结构如右图，



则特征方程为

$$s^3+6s^2+KTs+K=0$$

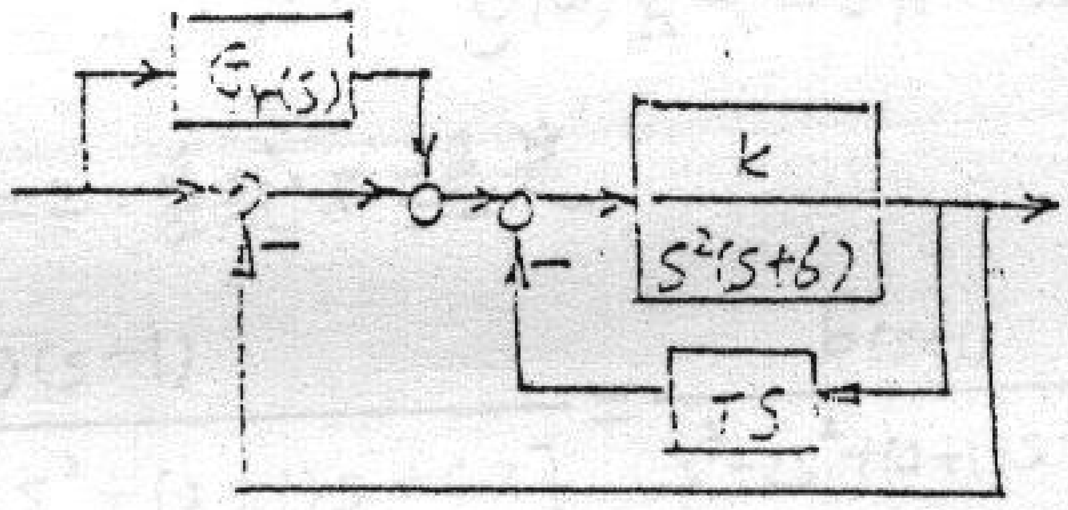
劳斯表：

s^3	1	KT
s^2	6	K
s^1	$K(6T-1)$	
s^0	K	

可见当 $T>\frac{1}{6}$，$K>0$ 时系统稳定.

此时因 $\nu=2$，所以对速度输入稳态误差为零. 满足要求.

b. 也可设系统结构如右图.



$$G(s)=\frac{K}{s(s^2+6s+KT)}$$

系统特征方程与a.中相同，

所以当 $K>0$，$T>\frac{1}{6}$ 时系统稳定. 因为此时 $\nu=1$，Ⅰ型系统跟踪速度信号有常值稳态误差. 现采用按输入的稳态补偿.

$$E(s)=\frac{1-G_r(s)\cdot G(s)}{1+G(s)}\cdot R(s)=\frac{s(s^2+6s+KT)-KG_r(s)}{s(s^2+6s+KT)+K}\times\frac{V_0}{s^2}$$

$$e_{ss}=\lim_{s\to0}sE(s)=\lim_{s\to0}V_0\left(T-\frac{G_r(s)}{s}\right),$$

可见令 $G_r(s)=Ts$，$e_{ss}=0$ $\quad T>\frac{1}{6}$.

负责人签名 丁□

download.kaoyan.com

02A

研究生入学考试标准答案纸

试题编号________ 考试科目名称________

三.解：1. 设 $G(s)=\frac{K}{s(as^2+bs+1)}$，$G(j\omega)=\frac{K}{j\omega[(1-a\omega^2)+jb\omega]}$

由 $G(j)=-\frac{K}{2}$ 得 $\omega=1$ 时 $1-a\omega^2=0$，$-\frac{K}{b\omega^2}=-\frac{K}{2}$

$\therefore a=1,\ b=2,\ G(s)=\frac{K}{s(s+1)^2}$

2. $G(s)=\frac{10}{s(s+1)^2}$，

转折频率 $\omega=1$. 当 $\omega<1$ 时，$G(s)\doteq\frac{10}{s}$. 其模>1，

当 $\omega>1$ 以后 $G(s)\doteq\frac{10}{s^3}$，这条直线过 0dB 线.

所以由 $\left|\frac{10}{s^3}\right|_{s=j\omega}=1$ 解得 $\omega_c=\sqrt[3]{10}=2.15$

$\varphi(2.15)=-90^\circ-2\,tg^{-1}2.15=-220^\circ$. $\therefore\ \varphi(\omega)$ 在 ω_c 之内有一次负穿越

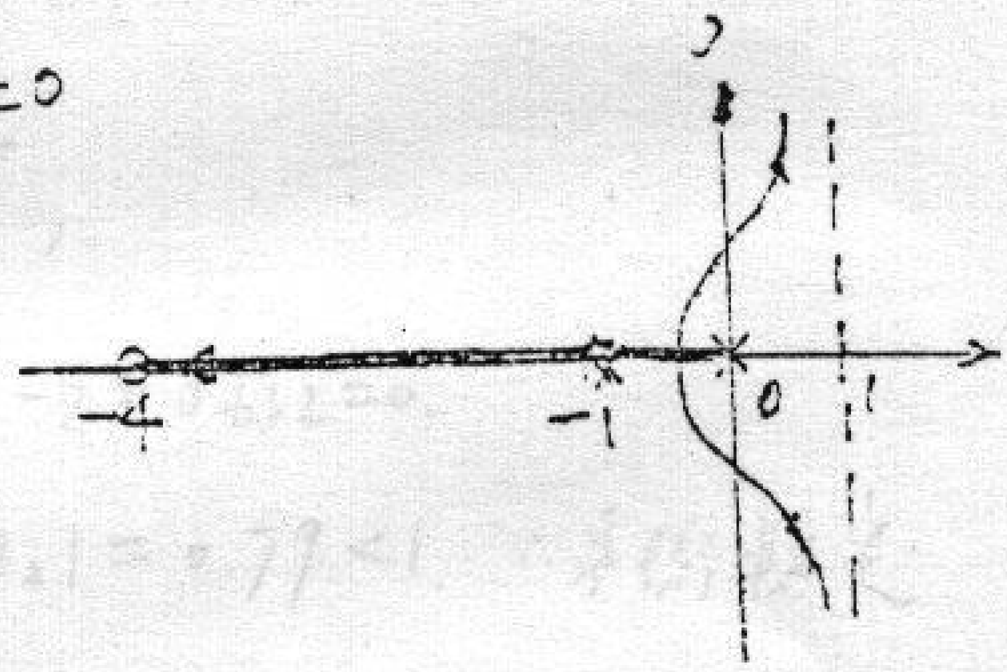
$Z=P-2N=0-2(-1)=2$. 系统不稳定.

四.解：$GH=\frac{b(s+1)(s-1)}{(s-1)[s^3+2s^2+(a+1)s+4a]}=\frac{b(s+1)}{s^3+2s^2+(a+1)s+4a}$

用根轨迹法求 a：

令 $s^3+2s^2+(a+1)s+4a=0$

$1+\frac{a(s+4)}{s(s+1)^2}=0$



求分离点：$\frac{1}{d}+\frac{2}{d+1}=\frac{1}{d+4}$

$d^2+5d+2=0$

$d_1=-0.354,\ d_2=-5.646$（舍去）

$\sigma_a=\frac{\sum x''-\sum o''}{n-m}=\frac{-2+4}{2}=1$

负责人签名 丁勇

由模值条件求出 d_1 点对应的 $a=\frac{0.354\times0.646^2}{3.646}=0.04$

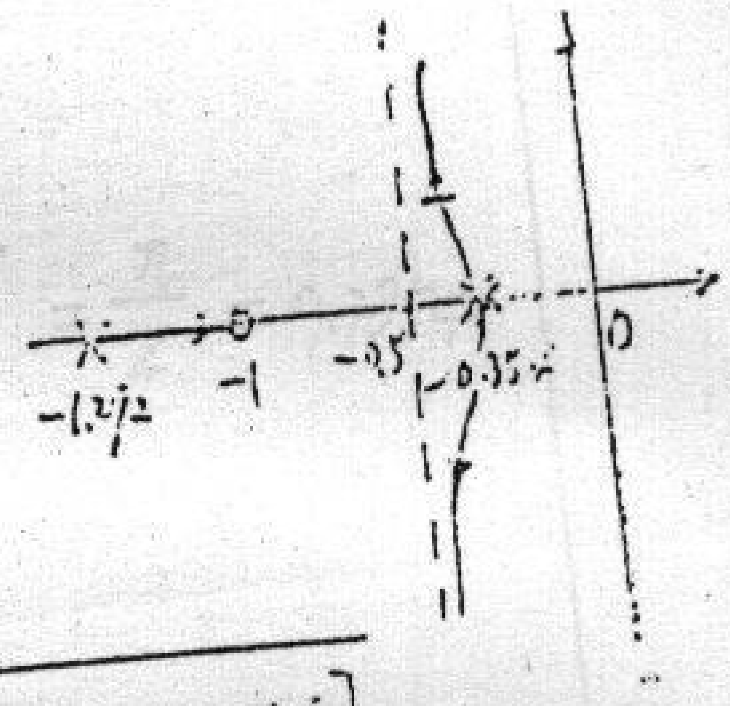
开环传递函数的分母为 $s^3+2s^2+1.045s+0.16$

开环极点在 d_1 处为 $p_1=p_2=-0.354$，由根之和可得 p_3：

$\sum_{i=1}^{3}p_i=-2$，$p_3=-1.292$，$\therefore GH=\frac{b(s+1)(s-1)}{(s+1.292)(s+0.354)^2(s-1)}$

绘制 b 从 $0\sim\infty$ 变化的根轨迹

$\sigma_a=\frac{-0.354\times2-1.292+1}{3-1}=-0.5$



由根轨迹图可知 $\phi(s)$ 的三个极点均在 s 左半平面．

但因为 $\phi(s)=\frac{G}{1+GH}=\frac{b(s+1)}{(s-1)[s^3+2s^2+(a+1)s+a+b]}$

可见它有一个正实根 $s_4=1$．所以系统不稳定。

五、解．1．$G(z)=(1-z^{-1})Z\left[\frac{1}{s^2(s+1)}\right]=(1-z^{-1})Z\left[\frac{1}{s^2}-\frac{1}{s}+\frac{1}{s+1}\right]$

$=\frac{e^{-1}z+(1+2e^{-1})}{(z-1)(z-e^{-1})}$，

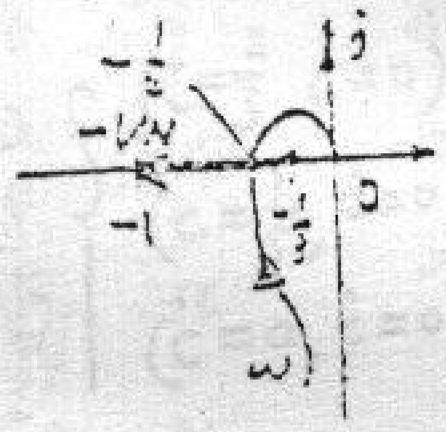
$D(z)=1+G(z)=0$．即 $z^2-z+0.632=0$．

$z_{1,2}=0.5\pm j0.618$．$|z_1|=|z_2|=0.79<1$．$\therefore$ 系统稳定

2．$e(\infty)=\lim_{z\to1}(1-z^{-1})\frac{1}{1+G(z)}\cdot\frac{Tz}{(z-1)^2}=\frac{1-e^{-1}}{e^{-1}+1-2e^{-1}}=1$

负责人签名 丁

六. 解: 1. $G(s)=\frac{2}{s(s^2+2s+2)}$, $G(j\omega)=\frac{2}{j\omega((2-\omega^2)+j2\omega)}$



$G(j0^+)=\infty\angle-90^\circ$, $G(j\infty)=0\angle-270^\circ$

$G(j\sqrt{2})=-\frac{1}{2}$

$\frac{-1}{N(0.5)}=-\frac{1}{3}$, $\frac{-1}{N(\infty)}=-1$

由图知, $-\frac{1}{N(A)}$ 从不稳定区域穿入稳定区域, 所以有自振存在.

自振频率 $\omega=\sqrt{2}$.

由 $-\frac{1}{N(A)}=-\frac{1}{2}$ 得 $\sin^{-1}\frac{1}{2A}+\frac{1}{2A}\sqrt{1-\frac{1}{4A^2}}=\frac{\pi}{4}=0.7854$

也可用试探法求出 $A=1.24$

2. $\ddot{c}+2\dot{c}+2c=m$

相轨迹方程为:

$$m=\begin{cases} e+1 & e>0.5 \\ 3e & |e|\le 0.5 \\ e-1 & e<-0.5 \end{cases}$$

$$\ddot{c}=\dot{c}\frac{d\dot{c}}{dc}=\begin{cases} -2\dot{c}-3c+2 \\ -2\dot{c}-5c+3 \\ -2\dot{c}-3c \end{cases}$$

令 $\frac{d\dot{c}}{dc}=\alpha$, 整理得等倾线方程

$r(t)-c(t)=e(t)$, $r(t)=1(t)$

代入上式整理得:

$$m=\begin{cases} 2-c & c<0.5 \\ 3-3c & 0.5\le c\le 1.5 \\ -c & c>1.5 \end{cases}$$

$$\dot{c}=\begin{cases} \frac{-3c+2}{\alpha+2} & c<0.5 \\ \frac{-5c+3}{\alpha+2} & 0.5\le c\le 1.5 \\ \frac{-3c}{\alpha+2} & c>1.5 \end{cases}$$

负责人签名 丁[illegible]

考试科目名称 二

试题编号

$\ddot{c}=\dot{c}\frac{d\dot{c}}{dc}$ 代入上式得

$$\frac{d\dot{c}}{dc}=\begin{cases}\frac{-2\dot{c}-3c+2}{\dot{c}} \\ \frac{-2\dot{c}-5c+3}{\dot{c}} \\ \frac{-2\dot{c}-3c}{\dot{c}}\end{cases}$$

令 $\frac{d\dot{c}}{dc}=\frac{0}{0}$ 得奇点：$\begin{cases}(c=\frac{2}{3},\ \dot{c}=0) & c<0.5 \\ (c=\frac{3}{5},\ \dot{c}=0) & 0.5\le c\le 1.5 \\ (c=0,\ \dot{c}=0) & c>1.5\end{cases}$

由线性化方程的特征根判奇点类型：

$$\begin{cases}\ddot{c}+2\dot{c}+3c=2 & \lambda_{1,2}=-1\pm j\sqrt{2} & (\frac{2}{3},0)\text{为稳定焦点，虚奇点} \\ \ddot{c}+2\dot{c}+5c=3 & \lambda_{1,2}=-1\pm j2 & (\frac{3}{5},0)\text{为稳定焦点，实奇点} \\ \ddot{c}+2\dot{c}+3c=0 & \lambda_{1,2}=-1\pm j\sqrt{2} & (0,0)\text{为稳定焦点，虚奇点.}\end{cases}$$

2. 解：$G(s)=\frac{2}{s(s+1)(0.01s+1)}$

求原系统的 ω_c', γ', M_r, $\sigma\%$, t_s:

$0<\omega<1$ 时，$G(s)\doteq\frac{2}{s}$，模 >1，

$1<\omega<100$ 时，$G(s)\doteq\frac{2}{s^2}$，模从 >1 到 <1. ∴ $\frac{2}{s^2}$ 直线过 0dB 线

由 $\left|\frac{2}{s^2}\right|_{s=j\omega}=1$ 解得 $\omega_c'=\sqrt{2}$. ∴ $\gamma'=90^\circ-\text{tg}^{-1}\sqrt{2}-\text{tg}^{-1}0.01\times\sqrt{2}=34.45^\circ$

$M_r=\frac{1}{\sin\gamma}=\frac{1}{\sin 34.45^\circ}=1.77$, $\sigma\%=0.16+0.4(M_r-1)=46.8\%$

$t_s=\frac{K\pi}{\omega_c'}=10.3$ 秒

$K=2+1.5(M_r-1)+2.5(M_r-1)^2=4.637$,

根据题意，要求 $\sigma=0.468/2=0.234$,

$M_r=\frac{0.234-0.16}{0.4}+1=1.185$, $\gamma''=\sin^{-1}\frac{1}{M_r}=57.55^\circ$

负责人签名 丁勇

采用超前校正后 ω_c 会增大，原系统的 γ' 会变小，设为 $\gamma'-6°$，

则 $\gamma''=\gamma'-6°+\varphi_m$，$57.55=34.45-6+\varphi_m$，$\varphi_m=29.1°$

取 $\varphi_m=30°$． $a=\dfrac{1+\sin\varphi_m}{1-\sin\varphi_m}=\dfrac{1+0.5}{1-0.5}=3$

$10\lg a=4.77dB=-20\lg\left|\frac{2}{S^2}\right|_{s=j\omega}$，由此解出 $\omega_c''=1.86$

令 $\omega_m=\dfrac{1}{T\sqrt{a}}=\omega_c''=1.86$ 则有

$T=0.31$，$aT=0.93$，$1/T=3.223$，$1/aT=1.075$

$$G_0G_c=\frac{2}{S(S+1)(0.01S+1)}\cdot\frac{1+0.93S}{1+0.31S}$$

验算：　转折频率　1　1.075　3.223　100

$0<\omega<1$ 时 $G(s)=\frac{2}{s}$，模 >1

$1<\omega<1.075$ 时 $G(s)=\frac{2}{S^2}$，模 >1

$1.075<\omega<3.223$ 时，$G(s)=\dfrac{2\times0.93}{S}$，模从 >1 到 <1，

$\frac{2\times0.93}{s}$ 直线段过0dB线．由此计得 $\omega_c''=2\times0.93=1.86$

$\gamma''=90°+tg^{-1}0.93\times1.86-tg^{-1}1.86-tg^{-1}0.01\times1.86-tg^{-1}0.31\times1.86=57.2°$

$M_r=\dfrac{1}{\sin57.2°}=1.19$　　$\sigma\%=0.16+0.4(M_r-1)=23.59\%$

可见加入校正后 σ 满足要求．

$K=2+1.5(M_r-1)+2.5(M_r-1)^2=2.37525$，$t_s=\dfrac{K\pi}{\omega_c''}=4$ 秒．

负责人签名 ___[illegible]___