

2  
第 2 题

试题编号:

418

共 2 页 第 1 页

南京航空航天大学

## 二〇〇二年硕士研究生入学考试试题

考试科目: 高等代数

说 明: 答案一律写在答题纸上

1. 设  $f(x) = x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 2x - 2$ ,  $g(x) = x^3 - x^2 + 2x - 2$ (1) 已知  $1-i$  是  $f(x)$  的根, 求  $f(x)$  的其余三个根; (6 分)(2) 求  $u(x)$ ,  $v(x)$  使  $u(x)f(x) + v(x)g(x) = (f(x), g(x))$ . (14 分)2. 已知  $a_1 = (5, 3, 1)^T$ ,  $a_2 = (1, -3, -2)^T$ ,  $a_3 = (1, 2, 1)^T$ , $b_1 = (-2, 1, 0)^T$ ,  $b_2 = (-1, 3, 0)^T$ ,  $b_3 = (-2, -3, 0)^T$ ,  $\sigma$  是  $R^3$  的线性变换, 且  $\sigma(a_i) = b_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ .(1) 求  $\sigma$  在基  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  下的矩阵; (8 分)(2) 求  $\sigma$  在基  $e_1$ ,  $e_2$ ,  $e_3$  下的矩阵, 其中  $e_1$ ,  $e_2$ ,  $e_3$  是单位坐  
标向量. (8 分)3. 已知  $A$  的特征值是 0, 1, 2, 相应的特征向量分别是  $a_1 = (1, 0, -1)^T$ , $a_2 = (0, 1, 1)^T$ ,  $a_3 = (-1, 1, 3)^T$ (1) 由已知条件直接求  $A$  的迹 (即求  $a_{11} + a_{22} + a_{33}$ ) 和  $|A|$  (必  
须写出相应的计算公式); (4 分)(2) 求  $A$ . (10 分)

2

试题编号：219

41

4. 求  $R^5$  中三个线性无关向量  $\alpha, \beta, \gamma$  使它们都是以下线性方程组

的解

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 1 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = -1 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 + x_5 = 2 \end{cases} \quad (20 \text{ 分})$$

5. 已知  $A$  是  $n$  阶矩阵，且  $A$  的元素都是 1。

(1) 证明  $I - A$  是可逆矩阵，其中  $I$  表示单位矩阵；(5 分)

(2) 将  $(I - A)^{-1}$  用  $I$  和  $A$  表示出来。(5 分)

6. 设  $A$  是  $n$  阶矩阵

(1)  $t$  满足什么条件时  $tI - A$  是可逆阵；(4 分)

(2) 若  $A$  是正定阵，则  $t$  满足什么条件时  $tA^{-1} - A^*$  是正定阵，其

中  $A^*$  表示  $A$  的伴随矩阵。(6 分)

7. 设  $A, B \in R^{n \times n}$ ，对任意  $X \in R^{n \times n}$  定义变换  $\sigma(X) = AXB$ 。

证明：(1)  $\sigma$  是  $R^{n \times n}$  的线性变换；(4 分)

(2)  $\sigma$  可逆的充分必要条件是  $A, B$  都是可逆阵。(6 分)

一、是非题

1. 经过一不可逆过程后，系统的熵一定增加。
2. 在 T-S 图上，等温过程的斜率恒为零。
3. 热力系统绝热膨胀时，其内能一定增加。
4. 理想气体状态方程  $PV = RT$  中，R 为常数。
5. 水蒸气不可逆节流膨胀时，其焓值一定不变。
6. 绝热节流前后，水蒸气的比容一定增加。
7. 漸缩喷管出口处的总压等于进口处的总压。
8. 音速是状态参数，与压力无关。
9. 滞止参数是工质的特性。
10. 多级压缩中间冷却，可以提高压缩机的效率。

二、单选题 (每题 3 分)

1. 某装置完成一个循环，吸收热量 10KJ，放出热量 20KJ，则该装置
  - a. 违反热力学第一定律
  - b. 违反热力学第二定律
  - c. 违反热力学第一、第二定律
2. 对于理想气体
  - a. 内能是状态参数
  - b. 焓是状态参数
  - c. 热容是状态参数