

4

第4页

属于直接对

点。  
的例子。

成本为 200

成本加成定价

该产品每台

具生产企业收  
式建立新婚人  
人数可达 2.5

4

5

当前我国企业如

南 航

试题编号

544

共2页 第1页

南京航空航天大学

## 二〇〇二年硕士研究生入学考试试题

考试科目：常微分方程

说明：答案一律写在答题纸上

1. 解下列方程：

(1)  $x \frac{dy}{dx} = y^2 - y$ ; (6分)

(2)  $(e^x + 3y^2)dx + 2xydy = 0$ ; (6分)

(3)  $xy' + y - y \ln(xy) = 0$  ( $xy > 0$ ); (6分)

(4)  $y + x = y' + \ln y'$ ,  $y(0) = 1$ ; (8分)

(5)  $x'' - x' = t^2$ . (8分)

2. 设有微分方程  $\frac{dy}{dx} = |y|^\alpha$  ( $\alpha$  是常数),(1) 证明：当  $\alpha \geq 1$  时，方程通过任意点  $(x_0, y_0)$  的解存在且唯一。 (6分)(2) 求当  $\alpha = \frac{2}{3}$  时，方程通过点  $(0, 0)$  的所有解。 (6分)3. 设有微分方程  $a(t)x'' + b(t)x' + c(t)x = 0$ ，其中  $a(t), b(t), c(t)$  是连续函数，(1) 证明：若存在常数  $\alpha$  使  $\alpha^2 a(t) + \alpha b(t) + c(t) = 0$ ，则方程有形为  $x = e^{\alpha t}$  的解； (4分)(2) 求方程  $(t-1)x'' - 2tx' + (t+1)x = 0$  ( $t \neq 1$ ) 的通解。 (10分)4. 设  $n$  阶矩阵函数  $A(t)$  和  $n$  维非零向量函数  $f(t)$  在  $[a, b]$  上连续，证明线性微分方程组

$$x' = A(t)x + f(t)$$

在  $[a, b]$  上一定存在  $n+1$  个线性无关的解  $x_1(t), x_2(t), \dots, x_{n+1}(t)$ ，并且微分方程组的任一解  $x(t)$  具有形式

$$x(t) = c_1 x_1(t) + c_2 x_2(t) + \dots + c_{n+1} x_{n+1}(t)$$

其中  $c_1, c_2, \dots, c_{n+1}$  是常数，且  $c_1 + c_2 + \dots + c_{n+1} = 1$ 。 (10分)

南 航



第2页

试题编号: 6

5. 设有方程组  $\mathbf{x}' = \mathbf{A}\mathbf{x}$ , 其中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix},$$

(1) 求方程组的基解矩阵; (8分)

(2) 求矩阵函数  $\exp \mathbf{A}t$ . (7分)

6. 设有常微分方程组:

$$\frac{dx}{yz} = \frac{dy}{-zx} = \frac{3dz}{xy}$$

(1) 求该方程组的通积分; (10分)

(2) 利用上题结果, 求一阶偏微分方程

$$yz \frac{\partial u}{\partial x} - xz \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{xy}{3} \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

的通解. (5分)