



平行直线的
度方向处处

南京航空航天大学

二 00 四年硕士研究生入学考试试题

考试科目: 量子力学

说明: 答案一律写在答题纸上, 写在试卷上无效

一、简答题 (每小题 12 分, 共 60 分)

1、已知一维运动粒子波函数为 $\Psi(x, t) = e^{\frac{i}{\hbar}(px-Et)} + e^{-\frac{i}{\hbar}(px+Et)}$

其中 p 为动量, E 为能量。说明: (1) 它是不是动量算符 \hat{p} 的本征函数? (2) 它是不是动量平方算符 \hat{p}^2 的本征函数?

2、对一维运动粒子, 求算符 $\hat{p} + \hat{x}$ 的本征函数和本征值。其中 \hat{p} 为动量算符, \hat{x} 为位置坐标算符。

3、已知氢原子处在 $\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-\frac{r}{a_0}}$ 状态, 其中 a_0 为第一

玻尔半径。计算其势能 $V(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$ 的平均值。

4、已知力学量算符 \hat{A} 、 \hat{B} 均可表示为二阶矩阵, 它们满足关系:

$$A^2 = 0; \quad AA^* + A^*A = 1; \quad B = A^*A$$

(1) 证明: $B^2 = B$

(2) 在 B 表象中求出矩阵 \hat{A} 、 \hat{B} 。

5、已知在一维无限深势阱 $\begin{cases} V = \infty & (x < 0, x > a) \\ V = 0 & (0 \leq x \leq a) \end{cases}$

中运动粒子处于波函数 $\psi(x) = \frac{4}{\sqrt{a}} \sin \frac{\pi x}{a} \cos^2 \frac{\pi x}{a}$ 所描写的状

态中。求: 粒子能量的可能数值及相应概率。

二、(本题 30 分) 在沿 Y 轴方向的恒定磁场 $\vec{B}(0, B, 0)$ 中考察电子的自旋运动。已知电子和磁场相互作用哈密顿算符为 $\hat{H} = -\hat{\mu} \cdot \hat{B}$ 其中 $\hat{\mu} = -\mu_0 \hat{\sigma}$ 是电子自旋磁矩, μ_0 是玻尔磁子, $\hat{\sigma}$ 为泡利 (Pauli) 矩阵。设初始 $t=0$ 时电子处在自旋态 $\chi(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, 求在以后 t 时刻:

- 1、 电子的自旋态 $\chi(t)$ 。
- 2、 在该态中自旋算符的平均值: $\overline{S_x}(t)$, $\overline{S_y}(t)$, $\overline{S_z}(t)$ 。
- 3、 在该时刻测量电子自旋向上和向下的概率各是多少?
- 4、 经过多少时间 τ , 电子自旋反转处在自旋态 $\chi(\tau) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$?

三、(本题 30 分) 一个质量 M , 半径 R 的薄圆盘绕通过中心与盘面垂直的轴旋转。

- 1、 试用量子力学描述该转盘的运动: 求出系统哈密顿量和它的本征函数和本征值, 讨论能级的简并情况。
- 2、 如果该转盘在转动过程中受到一个微扰 $H' = F_0 \delta(\varphi - \varphi_0)$, 准确到一级近似, 求系统能量和零级波函数。

四、(本题 30 分) 一原子总能量算符 H_0 的正交归一本征函数为 $\psi_n(x)$, 能级 E_n , ($n=1, 2, 3, \dots$)。已知 $t < 0$ 时系统处于基态 ψ_1 , $t > 0$ 时原子受到外来微扰 $H'(x, t) = F(x) e^{-\frac{t}{\tau}}$ 的作用。试用微扰理论 (一级近似) 求 $t \gg \tau$ ($t \rightarrow \infty$) 时, 原子处于各激发态 ψ_n 的概率。