

南京航空航天大学

二〇〇五年硕士研究生入学考试试题

考试科目: 量子力学

说明: 答案一律写在答题纸上, 写在试卷上无效

1. 一粒子在一维势 $V(x)$ 中运动, 试求确定束缚态能级的方程。

$$V(x) = \begin{cases} U_0, & x < -a \\ 0, & -a < x < 0 \\ \infty, & x > 0 \end{cases} \quad (30 \text{ 分})$$

2. 证明: 在 (l^2, l_z) 的共同本征态下 $\bar{l}_x = \bar{l}_y = 0$, 并求 $\overline{(\Delta l_x)^2}$ 和 $\overline{(\Delta l_y)^2}$.
(30 分)

3. 一维运动粒子的状态是 $\psi(x) = \begin{cases} Axe^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$, 其中 $\lambda > 0$, 求: (1) 粒子动量的几率分布函数; (2) 粒子的平均动量。
(20 分)

4. 粒子在一维势 $U(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \frac{1}{2}\mu\omega^2 x^2 & x > 0 \end{cases}$ 中运动。(1) 不解方程, 写出粒子能级与波函数的表达式 (设已归一化), 并说明理由; (2) 加入微扰 $H' = \beta \cos \lambda x$, 其中 β 为常数, $\lambda \ll 1$, 求能级至二级修正, 波函数至一级修正。
(30 分)

5. 有一个自旋 $\frac{1}{2}$, 磁矩为 μ , 电荷为 0 的粒子, 置于磁场 \mathbf{B}_0 中。开始时 ($t=0$) 磁场沿 z 方向, $\mathbf{B}_0 = (0, 0, B_0)$, 粒子处于 σ_z 的本征态 $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, 即 $\sigma_z = -1$ 。 $t > 0$ 时再加上沿 x 方向的较弱的磁场 $\mathbf{B}_1 = (B_1, 0, 0)$, 从而 $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1 = (B_1, 0, B_0)$ 。
求 $t > 0$ 时粒子的自旋态, 以及测得自旋向上 ($\sigma_z = 1$) 的几率。
(20 分)

6. 两个全同粒子处于一维谐振子势中, 分别对下列几种情况, 求此二粒子体系的最低三条能级及本征函数。(1) 单粒子自旋为 0; (2) 单粒子自旋为 $1/2$; (3) 如果两粒子之间有相互作用 $-\gamma\delta(x_1 - x_2)$, (γ 为正实数), 讨论上述 (1), (2) 两种情况下的能级移动。
(20 分)