

南京航空航天大学

## 二〇〇六年硕士研究生入学考试试题

考试科目: 量子力学

说明: 答案一律写在答题纸上, 写在试卷上无效

## 一. 证明题

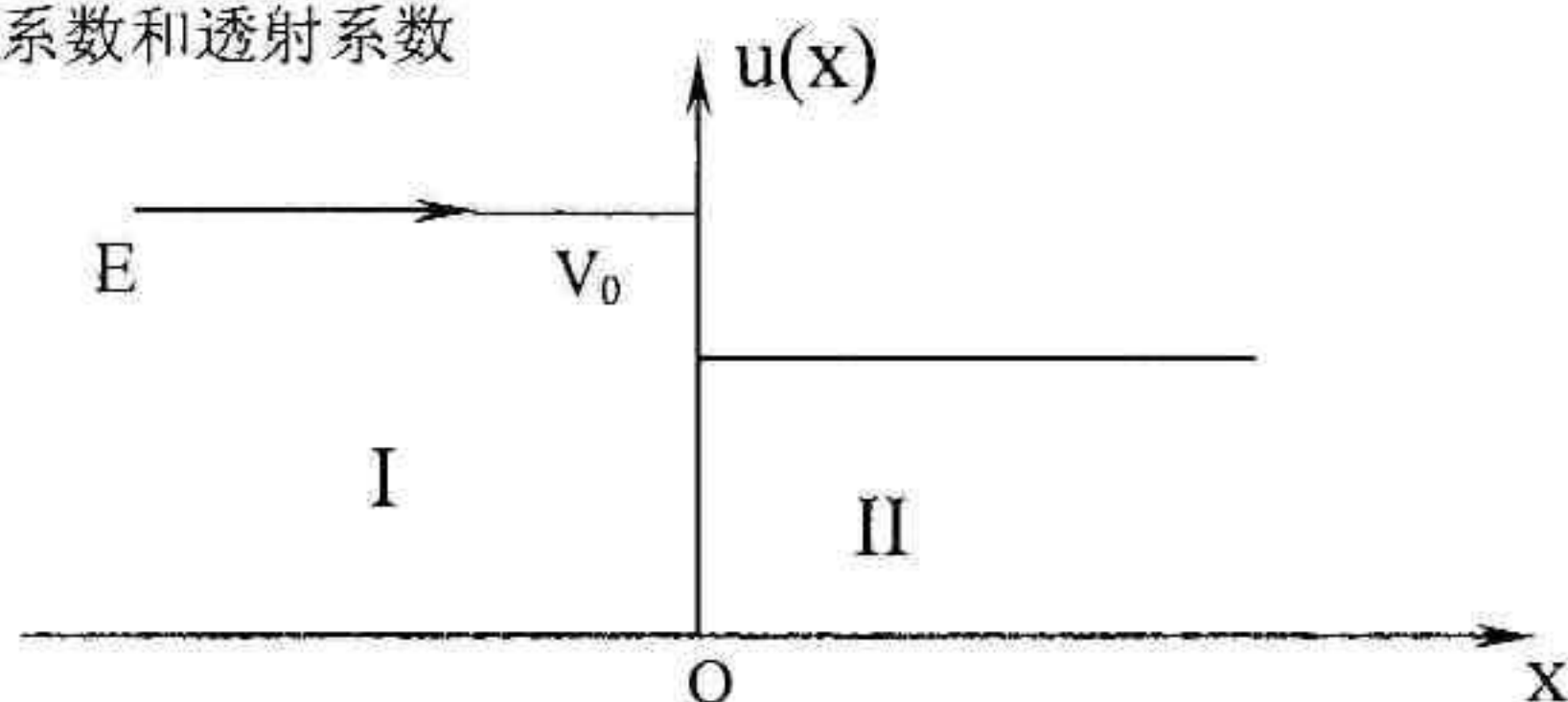
1. 对于用哈密顿算符  $H = \frac{p^2}{2\mu} + V(x)$  描写的一维物理体系

(a) 证明  $[H, x] = -\frac{i\hbar}{\mu} p$

(b) 对于本征态  $\psi$ , 利用  $H\psi = E\psi$  和 (a) 式证明  $\bar{p} = 0$  (15 分)2. 证明  $e^{i\lambda\sigma_z}\sigma_x e^{-i\lambda\sigma_z} = \sigma_x \cos 2\lambda - \sigma_y \sin 2\lambda$  (10 分)二. 如图,  $E > V_0$  的粒子流从  $x = -\infty$  向右运动(a) 求  $\psi_I(x), \psi_{II}(x)$ 

(b) 设入射波函数几率幅为 1, 求反射波和透射波几率幅及几率流密度

(c) 求反射系数和透射系数 (30 分)

三. 氢原子的波函数为  $\psi(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{10}}[2\psi_{100} + \psi_{210} + \sqrt{2}\psi_{211} + \sqrt{3}\psi_{21-1}]$ , 其中, 下指标是量子数  $n, l, m$  的值。求

(1) 该体系能量的平均值;

(2) 近似计算电子在  $r \leq 10^{-10} \text{ cm}$  之内出现的概率(3) 体系处于  $l=1, m=+1$  态的概率

$$(R_{10} = \frac{2}{a^{3/2}} e^{-\frac{r}{a_0}}, R_{21} = \frac{1}{2\sqrt{6}} \frac{r}{a^{5/2}} e^{-\frac{r}{2a_0}}, a_0 = 0.529 \times 10^{-10} \text{ m}) \quad (20 \text{ 分})$$



四. (1). 对一维线性谐振子的本征态, 分别计算  $\overline{(\Delta x)^2}$  和  $\overline{(\Delta p)^2}$ , 并验证测不准关系

(2). 对一维线性谐振子基态  $\psi_0(\alpha x)$ , 求动量几率分布 (30 分)

五. 氢原子处于基态, 沿 Z 方向加上一个均匀弱电场 E, 求电场作用后的基态波函数至一级近似, 基态能级至二级近似。 (25 分)

六. 对于一维无限深势阱  $u(x) = \begin{cases} 0, (0 < x < a) \\ \infty, \text{其它} \end{cases}$

(1) 写出单粒子能级  $E_n$  和波函数  $\psi_n(x)$

(2) 如果有两个无相互作用的自旋为  $\frac{\hbar}{2}$  的全同粒子在此势阱中, 写出此系统基态和第一激发态的能量值和波函数 (20 分)