

南京航空航天大学 二〇〇七年硕士研究生入学考试试题

考试科目: 量子力学

说明: 答案一律写在答题纸上, 写在试卷上无效

一、 1. 证明厄密算符的本征值为实数。 10 分

2. 利用不确定度关系估算一维线性谐振子的基态能量。 20 分

二、 一个质量为 m 的粒子在一维无限深势阱 ($0 \leq x \leq a$) 中运动, $t=0$ 时刻的初态波函数为

$$\psi(x, 0) = \sqrt{\frac{8}{5a}} (1 + \cos \frac{\pi x}{a}) \sin \frac{\pi x}{a} \quad (0 \leq x \leq a) \quad 30 \text{ 分}$$

(1) 求后来的某一时刻 t_0 的波函数;

(2) 求在 $t=t_0$ 时刻的平均能量;

(3) 求在 $t=t_0$ 时在势阱左半部 ($0 \leq x \leq \frac{a}{2}$) 发现粒子的概率。

三、 粒子在一维无限深势阱 ($0, a$) 中运动, 受到微扰作用后,

$$V(x) = \begin{cases} \infty & 0 < x < a \\ \lambda \delta(x - \frac{a}{2}) & 0 \leq x \leq a \end{cases} \quad 30 \text{ 分}$$

其中 λ 为一个很小的正数. 试求基态能量准确到 λ^2 的修正值, 以及 λ 应当满足的条件。

四、 证明正常塞曼效应 (偶极跃迁) 的选择定则为

$$\Delta l = \pm 1, \Delta m = 0, \pm 1, \text{ 和 } \Delta s = 0 \quad 20 \text{ 分}$$

五、 (1) 考虑自旋为 $\frac{1}{2}$ 的系统, 求出算符 $AS_y + BS_z$ 的本征值及归一化的本征函数。其中 S_y, S_z 是角动量算符, A, B 是实常数。

(2) 假定系统处于该算符的一个本征态上, 求测量 S_y 得到结果为 $\frac{\hbar}{2}$ 的概率。 20 分

六、 设两个电子在弹性有心力场中运动, 每个电子的势能是 $U(r) = \frac{1}{2} \mu \omega^2 r^2$ 。如果两个电子之间的库仑 $U(r)$ 相比可以忽略, 求: 当一个电子处在基态, 另一个电子处于沿 x 方向运动的第一激发态时, 两电子的体系的波函数。 20 分