

# 南京航空航天大学

## 二〇〇八年硕士研究生入学考试试题

考试科目： 运筹学

说 明：所有试题答案必须写在答题纸上，答案写在试卷上无效

### 一、问答题(30 分，每个 6 分)

1. 简单叙述线性规划可行域的顶点与基可行解之间的对应关系，并指出求解线性规划问题的单纯形法的基本思想。.
2. 利用线性规划原问题和对偶问题的最优解解释影子价格的含义。
3. 什么是不确定性决策？给出不确定性决策的两种决策准则。
4. 什么是敏感性分析？其目的是什么？
5. 整数规划中，一个新约束要成为割平面，需要具备哪几个特征？

二、(25 分)有下面原线性规划：

$$\begin{aligned} \max Z &= 2x_1 - x_2 + x_3 \\ s.t \quad &\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 10 \\ x_1 + x_2 - x_3 \leq 20 \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3 \end{cases} \end{aligned}$$

- 要求：1. 用单纯形法求原线性规划的最优解；
2. 写出原问题的对偶线性规划；
3. 利用原问题的最优解和互补松弛关系，直接求出对偶问题最优解；
4. 利用原问题的最后一张单纯形表，直接求出对偶问题最优解。

三、(15 分)某公司有 3 个生产同类产品的工厂，生产的产品由 4 个销售点销售，各工厂的生产量、各销售点的销售量以及各工厂到各销售点的单位产品运价如下表所示。问该公司应如何调运产品，在满足各销售点的需要量的前提下，使总的运费最小。

需地 产地	B1	B2	B3	B4	产量
A1	2	9	10	7	9
A2	1	3	4	2	5
A3	3	4	2	5	7
需求量	3	8	4	6	



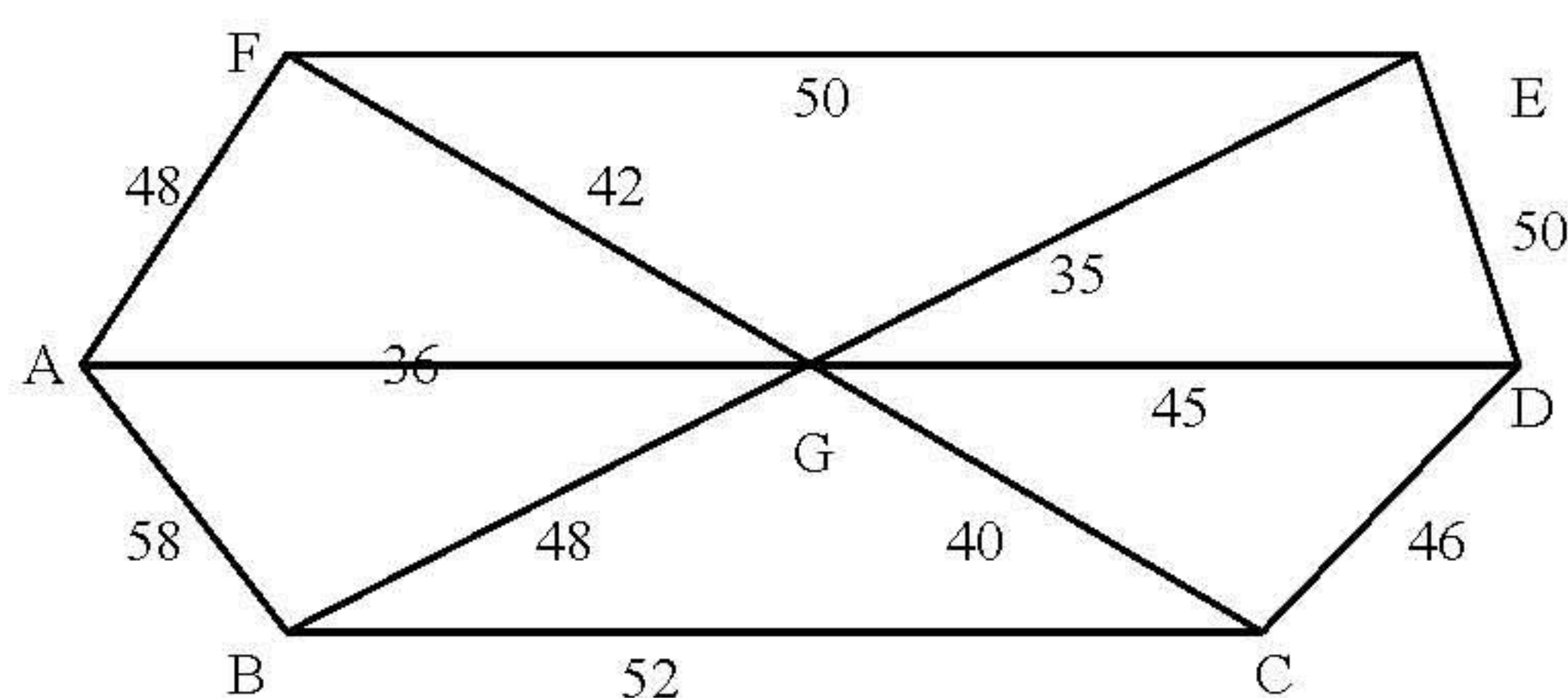
试题编号：

共 3 页 第 2 页

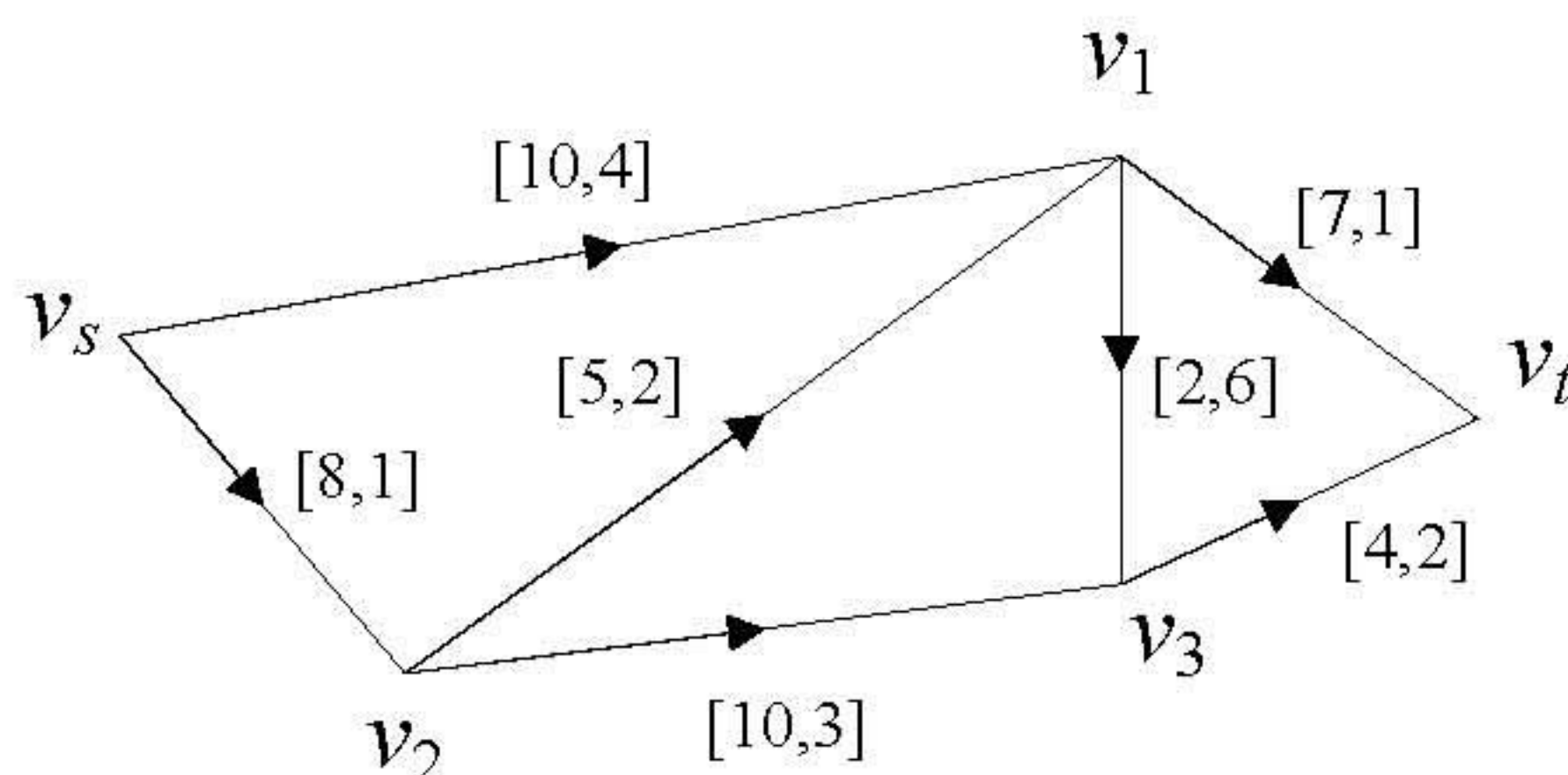
四、(20 分) 用割平面法求解整数规划。

$$\begin{aligned} \min f &= -x_1 - x_2 \\ s.t. &\begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 + x_2 + x_4 = 4 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0, \text{且取整数} \end{cases} \end{aligned}$$

五、(10 分) 已知下图表示 7 个城市间拟建一条连接各个城市的通信线路，各边的权数表示两个城市之间的修建费用，求连接各城市通信线路最小修建费用方案。



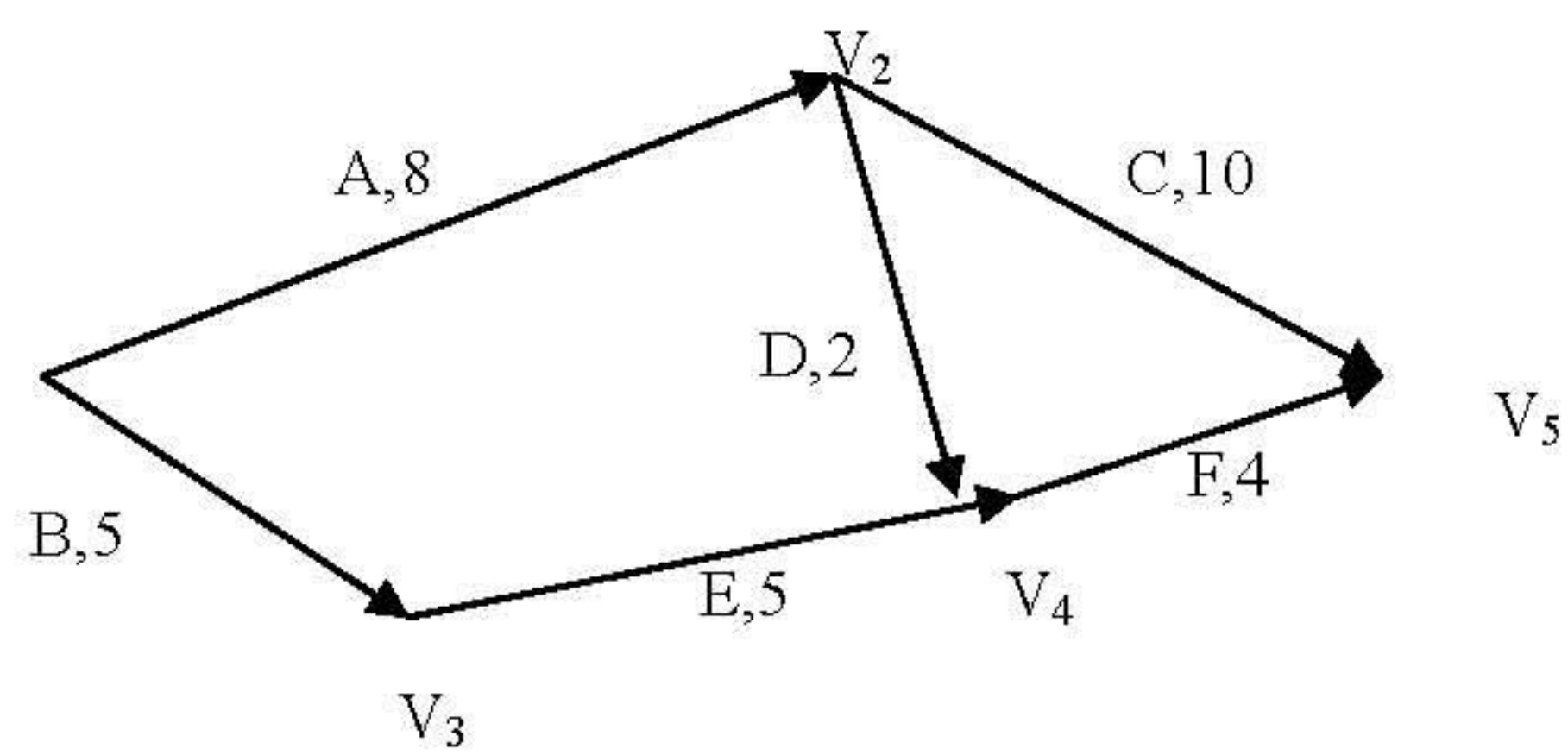
六、(15 分) 下图中  $v_s$  表示仓库， $v_t$  表示商店。现要从仓库运 10 单位的物资到商店，应如何调运才能使运费最省(图中弧表示交通线，弧旁的数字为  $(c_{ij}, b_{ij})$ ，其中  $c_{ij}$  表示交通线上运输能力限制， $b_{ij}$  表示单位运价)。



七、(15 分) 某开发公司拟为一企业承包新产品的研制与开发任务，但为得到合同必须参加投标。已知投标的准备费用为 4 万元，能得到合同的可能性是 40%。如果得不到合同，准备费用得不到补偿。如果得到合同，可采用两种方法进行研制开发：方法 1 成功的可能性为 80%，费用为 26 万元；方法 2 成功的可能性为 50%，费用为 16 万元。如果研制开发成功，按合同开发公司可得到 60 万元，如果得到合同但未研制开发成功，则开发公司许赔偿 10 万元。问题是：(1) 是否参加投标？(2) 若中标了，采用哪种方法研制开发？



八、(20 分) 考虑如下计划网络图：箭杆上第一个表示工序，第二个表示该工序的正常完成时间。



每一工序的正常时间，最短时间及其费用如下：

工序	正 常		最 短	
	时间（天）	费用（元）	时间（天）	费用（元）
A	8	100	6	200
B	5	150	3	350
C	10	100	5	400
D	2	50	1	90
E	5	100	2	250
F	4	80	2	100

- (1) 计算在正常时间各节点和各工序作业的最早、最迟时间、各工序总时差、关键工序和关键路线。
- (2) 求各工序每缩短一天的费用率；
- (3) 设每天的间接费用为 90 元，试决定使总费用最小的最优工期。



# 南京航空航天大学

## 二〇〇八年硕士研究生入学考试试题参考答案

考试科目: 运筹学

### 一、问答题

1. 答: 线性规划的可行域是个凸集;

凸集的顶点与基可行解之间一一对应;

基本思想: 选定一基本可行解; 判断现行解是否为最优;

若不是最优解, 则从一基本可行解变换到另一基本可行解。

2. 答: 原问题和对偶问题的最优目标函数值:  $Z^* = C_B B^{-1} b = Y^* b$ 。

经济意义是: 在其它条件不变的情况下, 单位资源变化所引起的目标函数最优值的变化。

在完全市场经济的条件下, 当某种资源的市价低于影子价格, 企业应买进资源用于扩大生产; 而当某种资源的市价高于影子价格时, 则企业的决策者应把已有资源卖掉, 因此影子价格有调节市场的作用。

3. 答: 决策者拥有的信息很少, 不知道未来状态的分布。悲观法则, 乐观法则, 最小后悔值法。

4. 答: 线性规划中, 某些参数发生变化后对最有解的变化和影响。

5. 答: 至少会割去一部分可行域; 保留了所有整数可行解。

二、解: 1. 单纯形法的最后一张单纯型表:

B	b	X1	X2	X3	X4	X5
X1	15	1	0	1/2	1/2	1/2
X2	5	0	1	-3/2	-1/2	1/2
检验数		0	0	-3/2	-3/2	-1/2

最优解  $X^* = \langle 15, 5, 0 \rangle$

2. 对偶规划:

$$\begin{aligned} & \min \{10y_1 + 20y_2\} \\ & s.t. \begin{cases} y_1 + y_2 \geq 2 \\ -y_1 + y_2 \geq -1 \\ 2y_1 - y_2 \geq 1 \\ y_j \geq 0, j = 1, 2 \end{cases} \end{aligned}$$

3. 互补松弛关系:

$$\begin{aligned} y_1 + y_2 &= 2 \\ -y_1 + y_2 &= -1 \end{aligned}$$

最优解  $y^* = \langle 3/2, 1/2 \rangle$



4. 原问题最后一张单纯型表中松弛变量的检验数的负值即为对偶问题的最优解：最优解  $y^* = \langle 3/2, 1/2 \rangle$

三、解：最后一张运输表：

	B1	B2	B3	B4	产量
A1	<b>3</b> 2	<b>0</b> 9	10	<b>6</b> 7	9
A2	1	<b>5</b> 3	4	2	5
A3	3	<b>3</b> 4	4 2	5	<b>7</b>
需求量	3	8	4	6	

最小运费：  $f = 3 \times 2 + 0 \times 9 + 6 \times 7 + 3 \times 5 + 3 \times 4 + 4 \times 2 = 83$

四、解：松弛问题的单纯形最优表为：

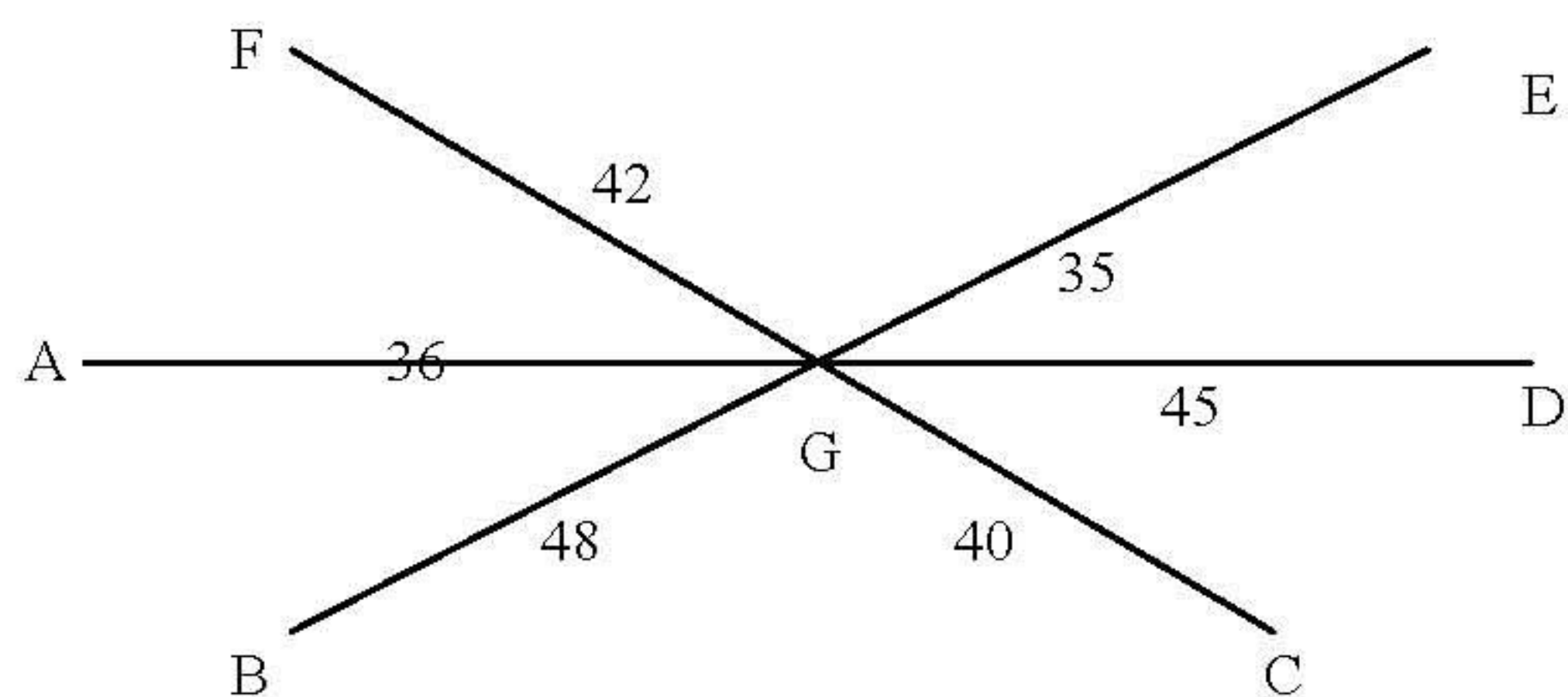
$X_B$	$b$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
$X_1$	3/4	1	0	-1/4	1/4
$X_2$	7/4	0	1	3/4	1/4
$-Z$	-5/2	0	0	-1/2	-1/2

$(x_1) = (x_2) = 0.75$ ，取  $r=2$ ， $0.75 - 0.75x_3 - 0.25x_4 \leq 0$

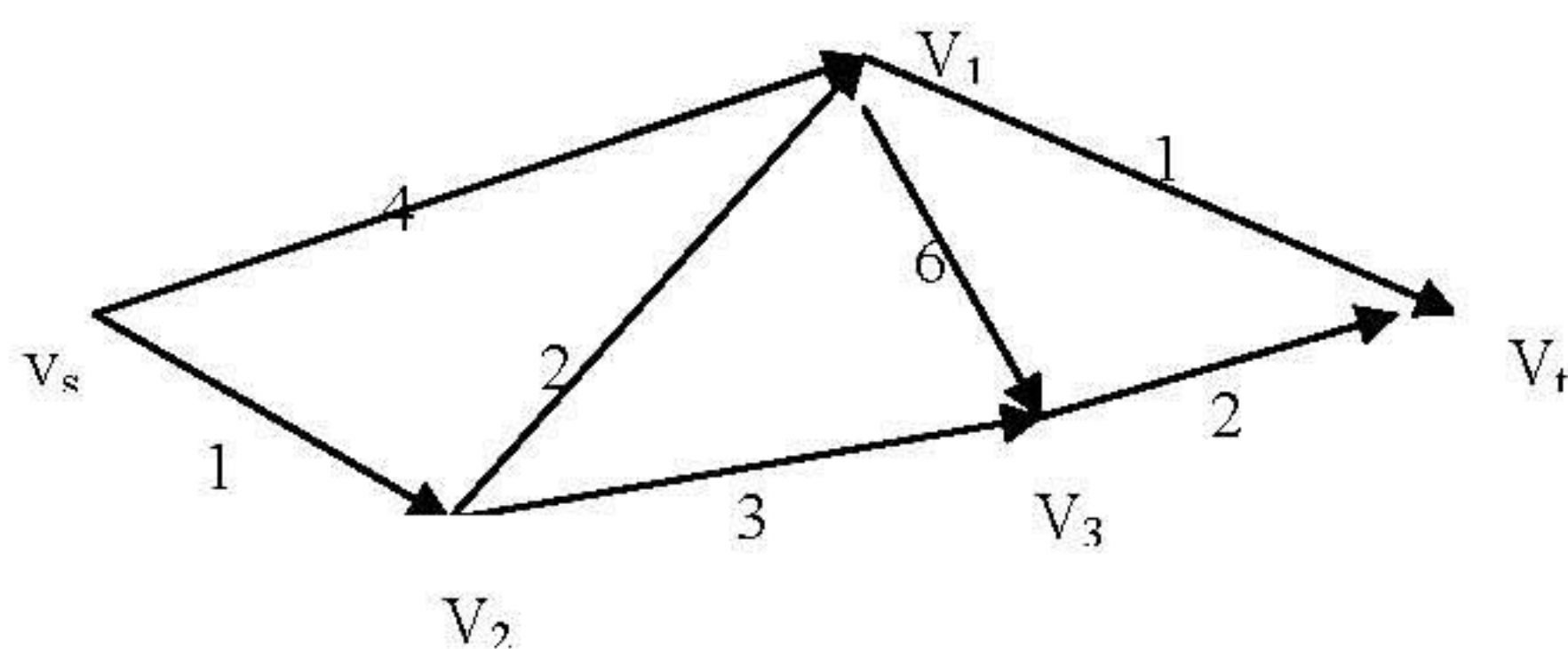
$c_j$		2	3	0	0	0
$X_B$	$b$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$X_1$	3/4	1	0	-1/4	1/4	0
$X_2$	7/4	0	1	3/4	1/4	0
$x_5$	-3/4	2	2	0	0	1
$-Z$	-5/2	0	0	-1/2	-1/2	0
$c_j$		2	3	0	0	0
$X_B$	$b$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$X_1$	1	1	0	0	1/3	-1/3
$X_2$	1	0	1	0	0	1
$X_3$	1	0	0	1	1/3	-4/3
$-Z$	-2	0	0	0	-1/3	-2/3

最优解  $x^* = (1, 1, 1, 0, 0)^T$   $f^* = -2$

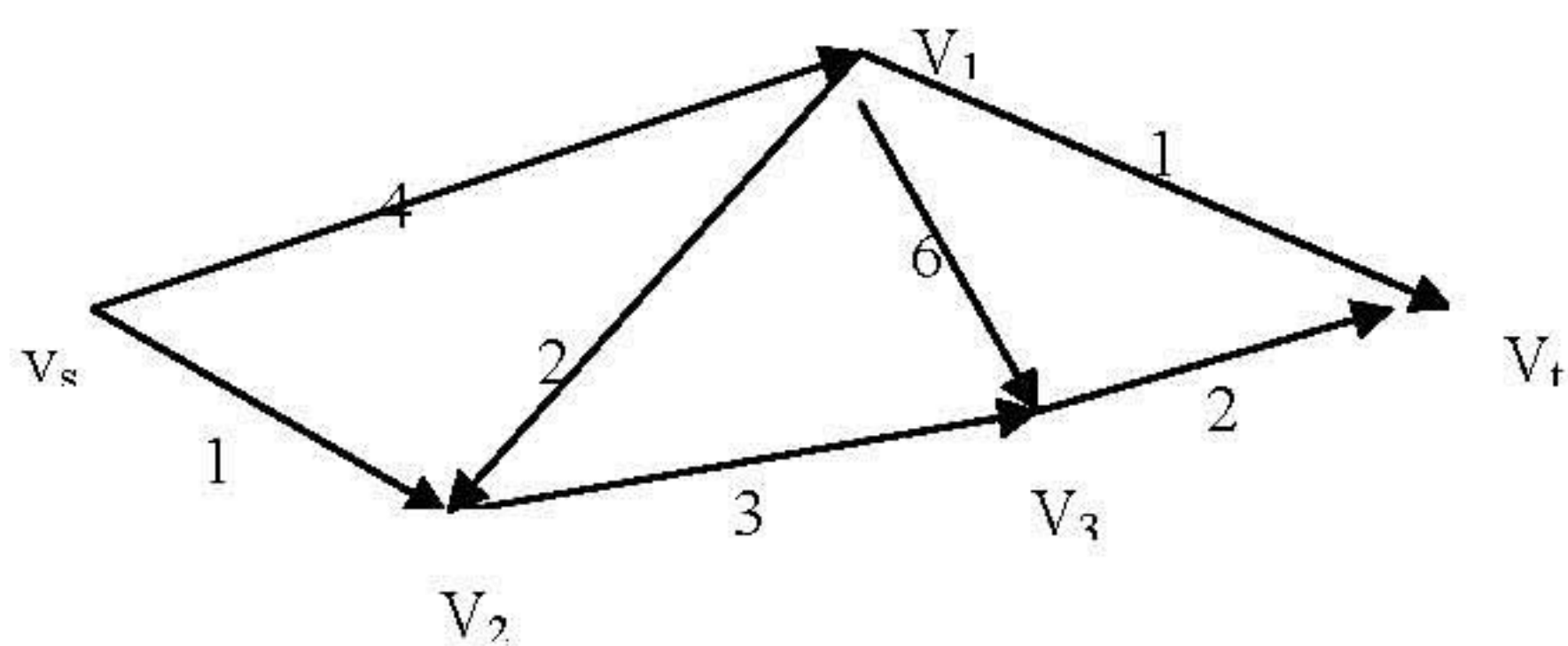
五、



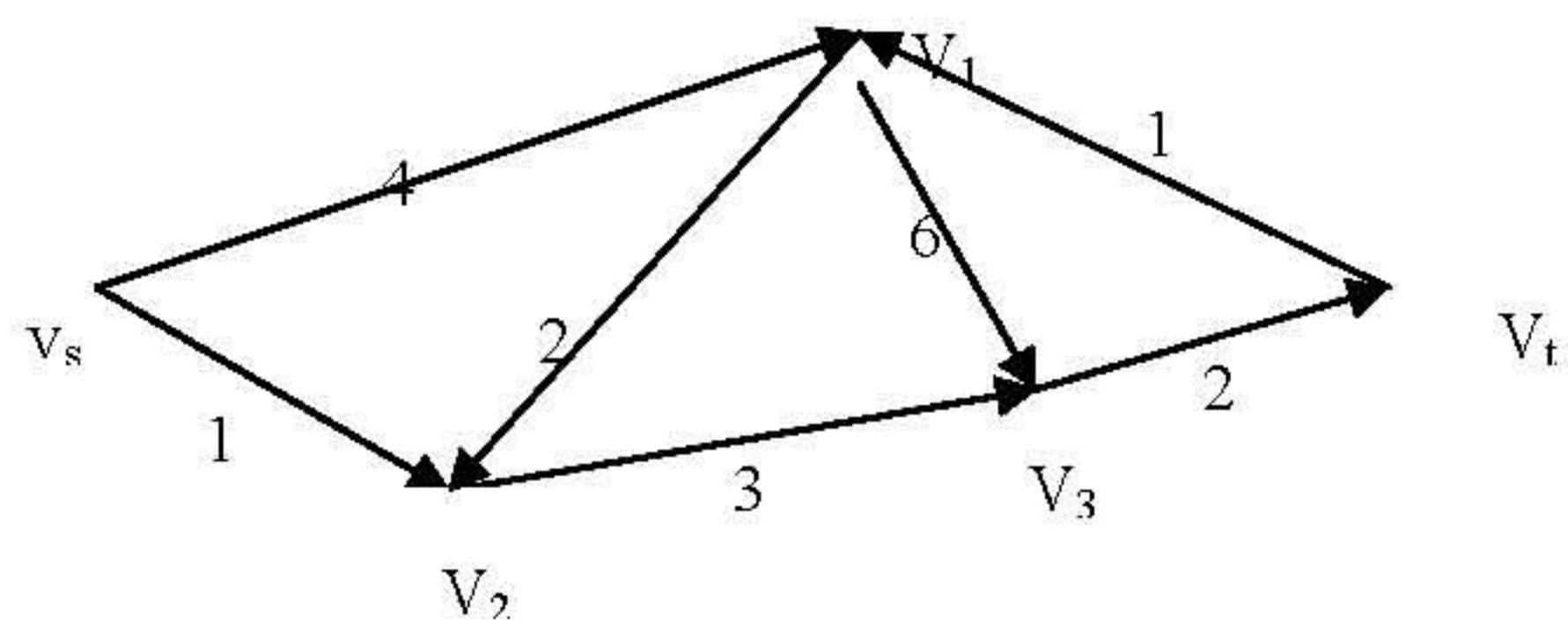
六、第一步： $v_s \rightarrow v_2 \rightarrow v_1 \rightarrow v_t$ ，运量 5 单位，运费  $1 \times 5 + 2 \times 5 + 1 \times 5 = 20$



第二步： $V_s \rightarrow v_1 \rightarrow v_t$ ，运量 2 单位，运费  $4 \times 2 + 1 \times 2 = 10$

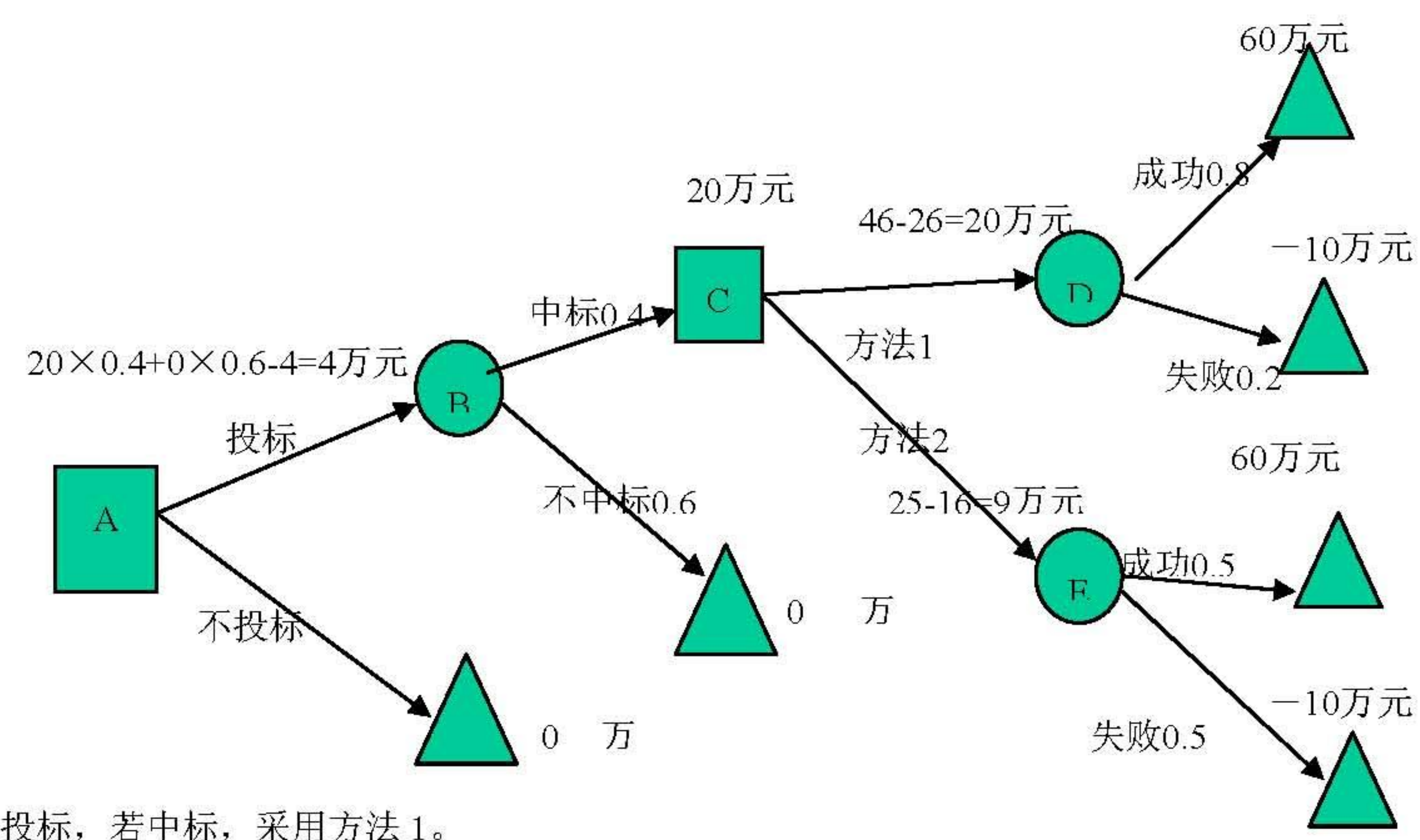


第三步： $V_s \rightarrow v_2 \rightarrow v_3 \rightarrow v_t$ ，运量 3 单位，运费  $1 \times 3 + 3 \times 3 + 2 \times 3 = 18$





七、



投标，若中标，采用方法 1。

八、

作业 代号	作业时间 T(i, j)	最早时间		最迟时间		总时差
		开始	结束	开始	结束	
A	8	0	8	0	8	0
B	4	0	4	6	10	6
C	10	8	18	8	18	0
D	2	8	10	13	15	5
E	5	4	9	10	15	6
F	3	10	13	15	18	5

关键工序 A、C 和关键路线 1→2→5，工期 18 天。

作业代号	费用率
A	50
B	100
C	60
D	40
E	50
F	10

使总费用最小的最优工期。12 天

A 缩短 2 天，C 缩短 4 天，F 缩短 2 天