南京航空航天大学

二〇〇八年硕士研究生入学考试试题

考试科目：信号系统与数字信号处理

说　明：1、所有试题答案必须写在答题纸上，答案写在试卷上无效；

2、第一题填空题 1 至 6 为信号系统考题，7 至 11 为数字信号处理考题；第二题至第五题为信号系统考题，第六题至第八题为数字信号处理考题；试卷中所用术语和符号与指定参考书一致。

请注意！

一、（每空 1 分，共 30 分）填空题：

1．$f(t)$ 为一实函数，它可分解为偶分量 $f_e(t)$ 和奇分量 $f_o(t)$ 之和，则 $f_e(t)=$______，$f_o(t)=$______；若已知 $f(t)$ 的傅里叶变换为 $F(j\omega)$，则 $f_e(t)$ 的傅里叶变换F $[f_e(t)]=$______；$f_o(t)$ 的傅里叶变换F $[f_o(t)]=$______。（结果请用 $F(j\omega)$ 表示）

2．已知 $f(t)$ 的单边拉普拉斯变换是 $F(s)$，收敛域为 $\sigma>\alpha$（α 为有限实常数）；则信号 $y(t)=\int_0^{t-2} f(\tau)d\tau$ 的单边拉普拉斯变换 $Y(s)=$______；收敛域为______。

3．已知连续时间系统的系统函数 $H(s)=\dfrac{1}{s+1}\cdot e^{-2s}$，以 $e(t)$ 表示激励，$r(t)$ 表示响应，则 $e(t)$ 与 $r(t)$ 满足微分方程______；如果要求信号 $e(t)$ 通过系统后不产生失真，可在该系统上再级联上一个系统 $H_1(s)$，则 $H_1(s)=$______。

4．某连续时间系统的响应 $r(t)$ 与激励 $e(t)$ 满足关系 $r(t)=e\left(\sin(t)\right)$，则该系统是否线性？______；是否非时变？______；其单位阶跃响应为______；是否因果？______。

5．某连续时间系统的响应 $r(t)$ 与激励 $e(t)$ 满足微分方程 $\dfrac{d^2r(t)}{dt^2}+5\dfrac{dr(t)}{dt}+6r(t)=e(t)$，则系统的转移算子 $H(p)=$______；自然频率______；若已知当系统激励为 $e^{-t}\varepsilon(t)$ 时的全响应为 $Ce^{-t}\varepsilon(t)$（其中 C 为常数），则常数 $C=$______；系统的初始状态 $r(0^-)=$______，$r'(0^-)=$______。

6. 某因果的线性非移变离散时间系统，其系统函数的零极点图如图 1 所示，则该系统零输入响应的一般形式 $r_{zi}(k)=$ ______；系统函数的收敛域为______；当满足什么条件时系统稳定？______。

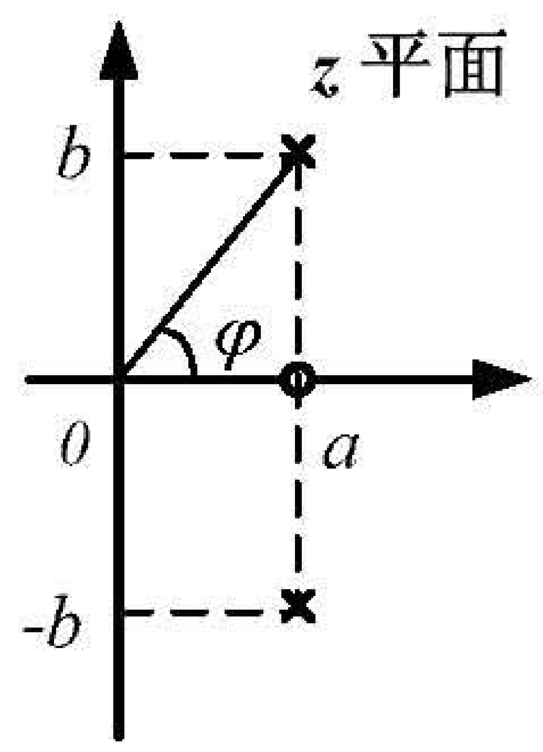


图 1

7. 有一数据采集系统，A/D 变换器之前的低通滤波器的通带截止频率为 4000*Hz*，则该系统的采样频率至少应设定为______*Hz*；如果该系统的采样频率设定为 10000*Hz*，现在对采样后得到的数据利用 1024 点 *FFT* 模块进行频域分析，在这种情况下频域分析的频率分辨率为 ______*Hz*。

8. 常用的数字低通滤波器有巴特沃什滤波器、切比雪夫滤波器及椭圆滤波器，这三种滤波器中带宽恒为 $3dB$ 带宽的是______数字滤波器；如果这三种滤波器的性能相同，则其中阶数最低的是______数字滤波器。

9. 有一数字滤波器的系统函数为 $H(z)=\dfrac{1-z^{-2}}{1+0.81z^{-2}}$；试问该系统的直流放大倍数 $\left|H(e^{j\omega})\right|\Big|_{\omega=0}=$ ______；该数字滤波器为一______滤波器。（请在低通数字滤波器、高通数字滤波器、带通数字滤波器和带阻数字滤波器中选择填空）

10. 已知序列 $x(n)=R_N(n)$，则 $f(n)=x((-n))_N R_N(n)=$ ______；当常数 n_0 满足条件 $0\le n_0\le N-1$，$y(n)=x((n+n_0))_N R_N(n)=$ ______。

11. 线性时不变离散时间系统的单位脉冲响应为 $h(n)=0.5^n u(n)$，如果系统输入 $x(n)$ 是均值为零，方差为 σ_x^2 的平稳随机白噪声序列，则输出序列 $y(n)$ 的功率谱密度函数 $P_{yy}(\omega)=$ ______；自相关序列 $r_{yy}(m)=$ ______。

二、（10 分） $f_1(t)$，$f_2(t)$如图 2 所示，用图解法计算它们的卷积 $y(t)=f_1(t)*f_2(t)$，并作图表示计算结果。

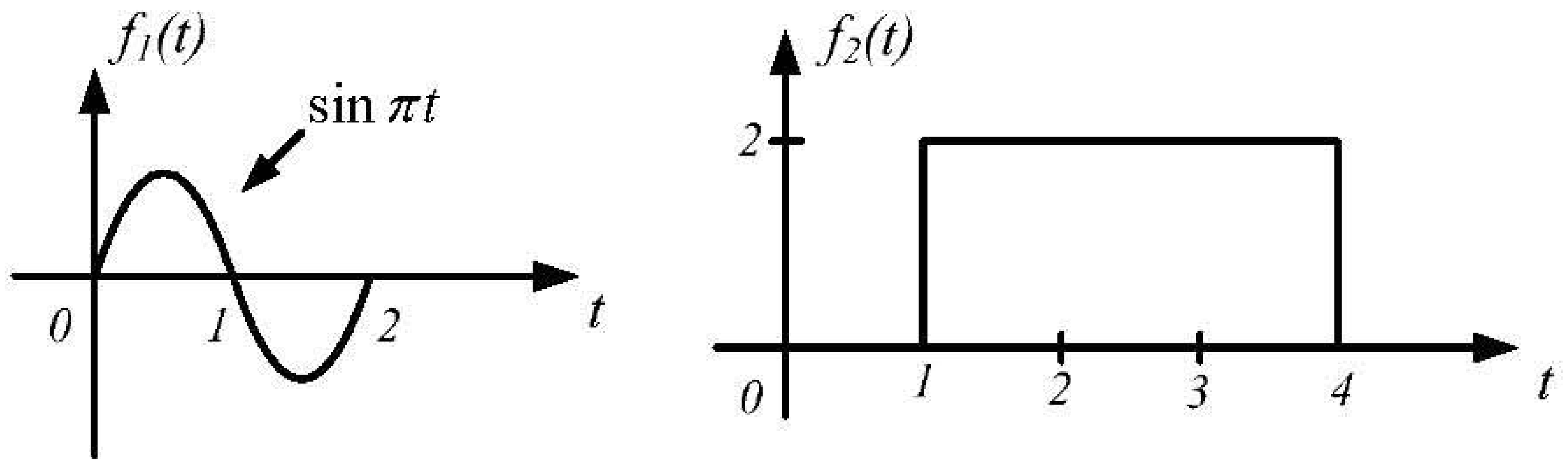


图 2

三、（15 分）图 3（a）所示的系统是一个残留边带通信系统的原理性框图，已知 $H_1(j\omega)=|H_1(j\omega)|\cdot e^{-j\varphi_1(\omega)}$，$H_2(j\omega)=|H_2(j\omega)|\cdot e^{-j\varphi_2(\omega)}$，它们的幅频特性曲线分别如图 3（$b$）（$c$）（两个系统的幅频特性都是 ω 的偶函数，图中只画出了 $\omega\geq 0$ 的部分），相频特性分别为 $\varphi_1(\omega)=0$ 和 $\varphi_2(\omega)=2\omega$，输入信号 $e(t)=4\cos 25t+4\cos 100t$。

1. 请作出图 3（a）中 ABCDE 各点信号的频谱；
2. 求输出信号 $r(t)$；
3. 系统 $H_1(j\omega)$ 是否物理可实现？为什么？

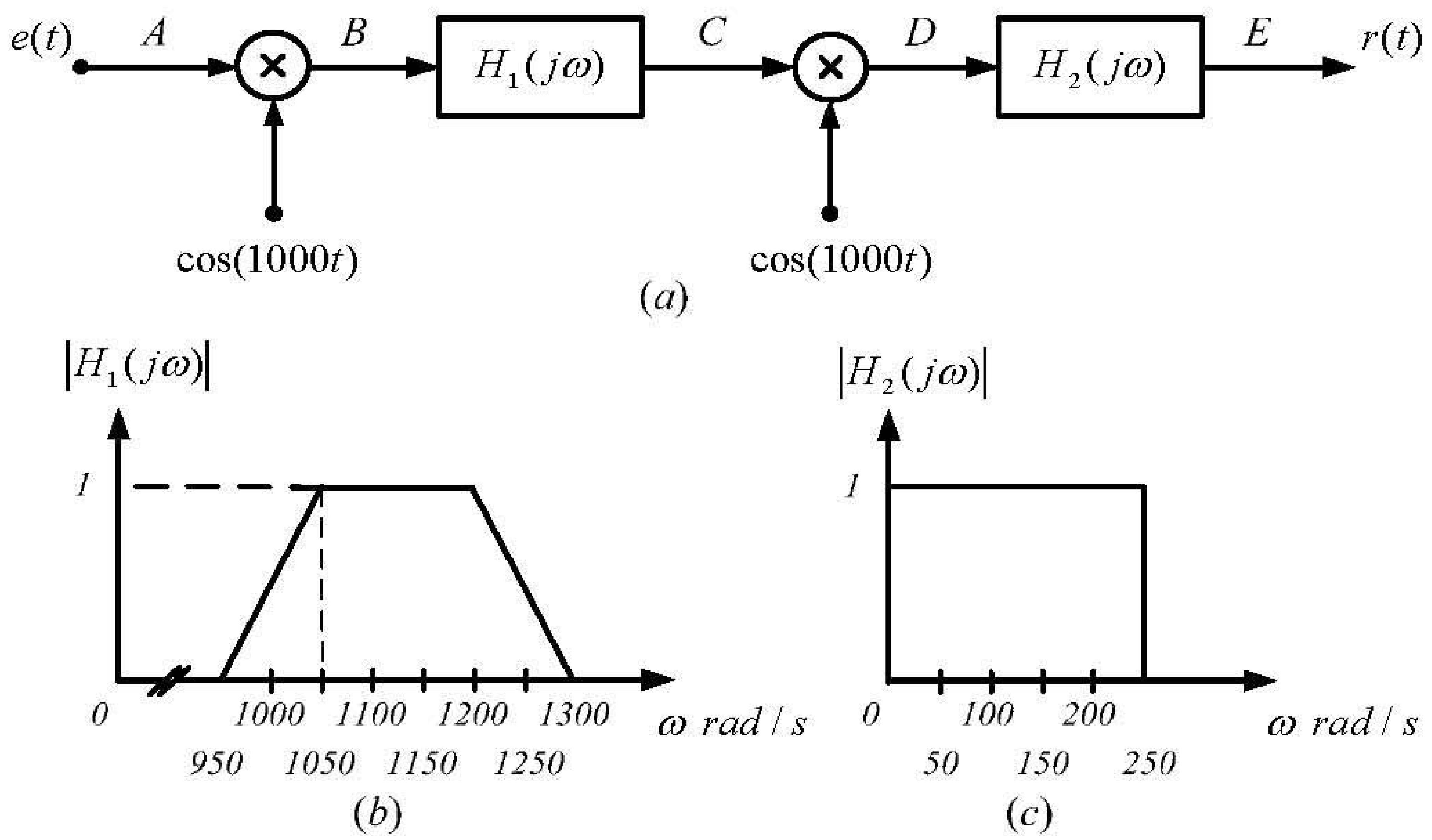


图 3

四、（20 分）因果离散时间系统的方框图如图 4。

1. 作出该系统的信号流图；
2. 求系统函数 $H(z)$；
3. 作出该系统的直接型模拟方框图；
4. 求单位函数响应 $h(k)$；

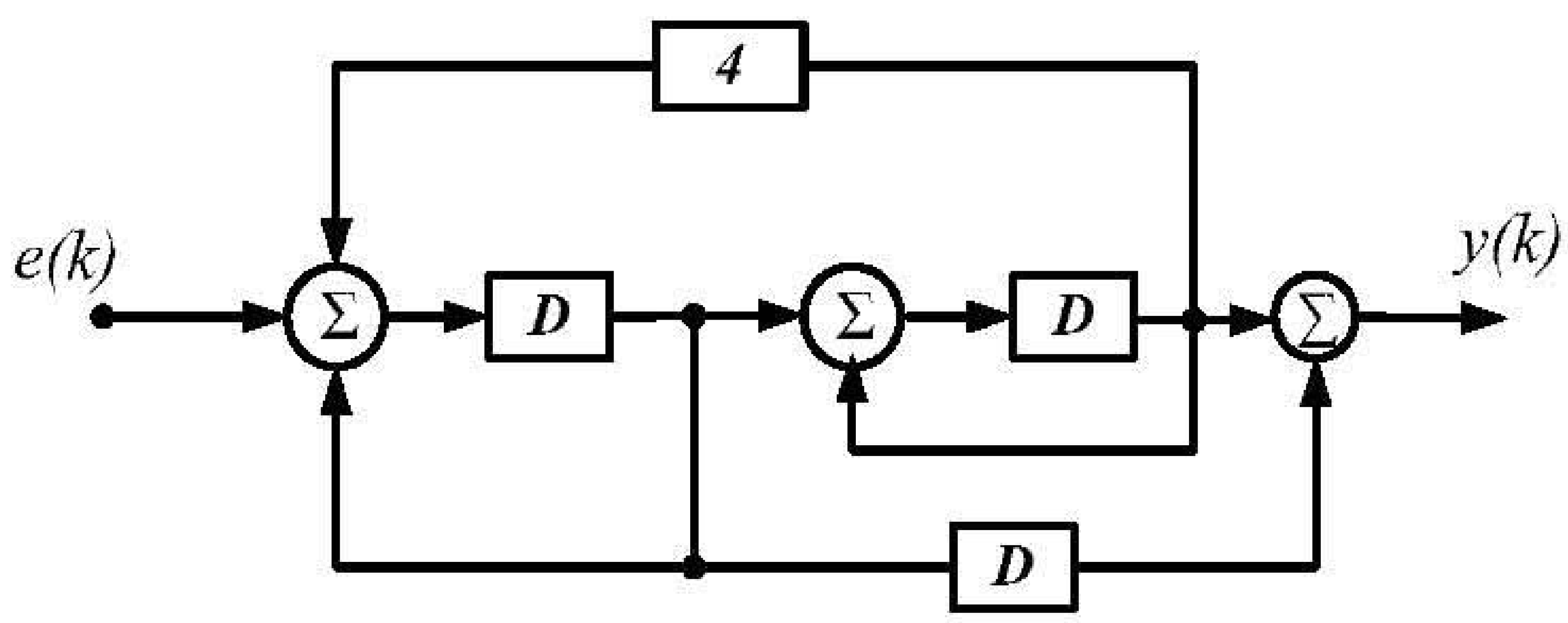


图 4

5. 当激励信号 $e(k)=\left(\frac{1}{2}\right)^k\varepsilon(k)$ 时，求系统的零状态响应 $y(k)$。

五、（15 分）如图 5 所示电路，开关 K 原闭合，且电路处于稳定状态，当 $t=0$ 时开关 K 断开；已知电路参数 $L_1=L_2=1H$，$C=\frac{1}{2}F$，$R=2\Omega$，$E=5V$。

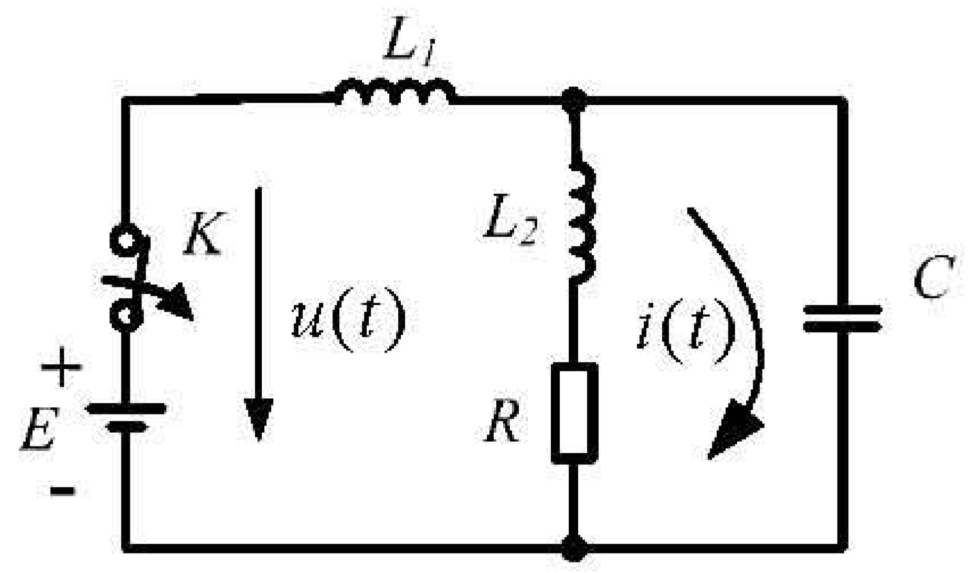


图 5

1．求电感的初始电流 $i_{L1}(0^-)$，$i_{L2}(0^-)$ 和电容的初始电压 $u_C(0^-)$，并作运算等效电路；

2．求电流 $i(t)$ 及电压 $u(t)$。

六、（18 分）一线性时不变离散时间系统的单位脉冲响应 $h(n)=(a^n+\frac{1}{a^n})u(n)$；其中 a 为实数，且满足 $0<a<2$

1．求系统函数 $H(z)$；该系统为稳定系统吗？

2．请指明该系统的零极点与收敛域；

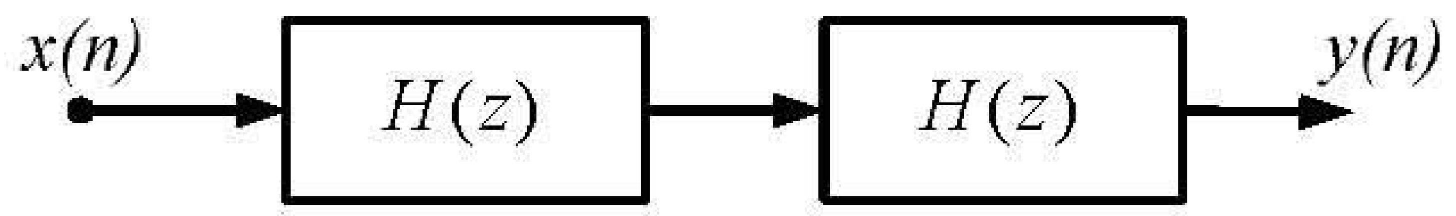


图 6

3．当 $a=1$ 时，由以上 $H(z)$ 构成一级联系统 $H_1(z)$ 如图 6 所示，当系统 $H_1(z)$ 为因果系统时，求系统函数 $H_1(z)$ 及对应的单位脉冲响应 $h_1(n)$。

七、（20 分）设理想数字高通滤波器的单位脉冲响应为 $h_d(n)$，频率响应为 $H_d(e^{j\omega})$，在一个周期（$0\le\omega\le2\pi$ 内）$H_d(e^{j\omega})$ 定义如下：

$$H_d(e^{j\omega})=\begin{cases} e^{-j\frac{N-1}{2}\omega} & \frac{3\pi}{4}\le|\omega|\le\frac{5\pi}{4} \\ 0 & 0\le|\omega|<\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4}<\omega\le2\pi \end{cases}$$

，其中 N 为奇数；

1．试求该系统的单位脉冲响应 $h_d(n)$；

2．分别求 $\sum_{n=-\infty}^{+\infty}h_d(n)$ 与 $\sum_{n=-\infty}^{+\infty}h_d(n)(-1)^n$ 的值；

3．如果定义 $H_1(e^{j\omega})=H_d[e^{j(\omega-\pi)}]$，试求单位脉冲响应 $h_1(n)$；

4．如果系统的采样频率为 $f_s=10000Hz$，分别求并联系统 $h_2(n)=h_d(n)+h_1(n)$ 当输入信号为 $x_1(n)=\cos(2\pi f_1 n)$，$x_2(n)=\cos(2\pi f_2 n)$ 时的输出 $y_1(n)$，$y_2(n)$。（其中 $f_1=2500Hz$，$f_2=1000Hz$）

八、（22 分）有一数字滤波器的单位取样响应 $h(n)$ 为 8 点有限长序列，即

$$h(n)=\delta(n-1)+2\delta(n-2)+3\delta(n-3)+4\delta(n-4)+3\delta(n-5)+2\delta(n-6)+\delta(n-7)$$

1．试求该系统的频率响应 $H(e^{j\omega})$；该系统是线性相位系统吗？

2．试求该系统的频率响应 $H(e^{j\omega})$ 的 8 点频率采样 $H(k)$，$(0\le k\le 7)$；

3．如果有 $h_1(n)=(-1)^n h(n)$，试求 $H_1(k)=DFT[h_1(n)]$，$(0\le k\le 7)$，并且请说明 $h_1(n)$ 为一何种类型的数字滤波器。（请在低通数字滤波器、高通数字滤波器、带通数字滤波器和带阻数字滤波器中选择说明）

4．如果 $h_2(n)=\delta(n-2)+2\delta(n-4)+3\delta(n-6)+4\delta(n-8)+3\delta(n-10)+2\delta(n-12)+\delta(n-14)$；

试求 $H_2(k)=DFT[h_2(n)]$，$(0\le k\le 15)$，并且请说明 $h_2(n)$ 为一何种类型的数字滤波器。（请在低通数字滤波器、高通数字滤波器、带通数字滤波器和带阻数字滤波器中选择说明）

南京航空航天大学

二〇〇八年硕士研究生入学考试试题参考答案

考试科目：信号系统与数字信号处理

一、（每空 1 分，共 30 分）填空题：

1. $f_e(t)=\dfrac{f(t)+f(-t)}{2}$； $f_o(t)=\dfrac{f(t)-f(-t)}{2}$； $\mathrm{Re}[F(j\omega)]$； $j\,\mathrm{Im}[F(j\omega)]$。

2. $Y(s)=\dfrac{F(s)}{s}\cdot e^{-2s}$； $\sigma>\max[\alpha,0]$。

3. $r'(t)+r(t)=e(t-2)$； $\alpha(s+1)e^{\beta s}$ α，β 为实常数。

4. 线性； 时变； $\varepsilon(\sin(t))$； 非因果。

5. $H(p)=\dfrac{1}{p^2+5p+6}$； -2，-3； $C=\dfrac{1}{2}$； $r(0^-)=\dfrac{1}{2}$； $r'(0^-)=-\dfrac{1}{2}$。

6. $r_{zi}(k)=\left(\sqrt{a^2+b^2}\right)^k(C_1\cos k\varphi+C_2\sin k\varphi)$； $|z|>\sqrt{a^2+b^2}$； $a^2+b^2<1$。

7. 8000Hz； $\dfrac{10000}{1024}$Hz。

8. 巴特沃什滤波器； 椭圆滤波器。

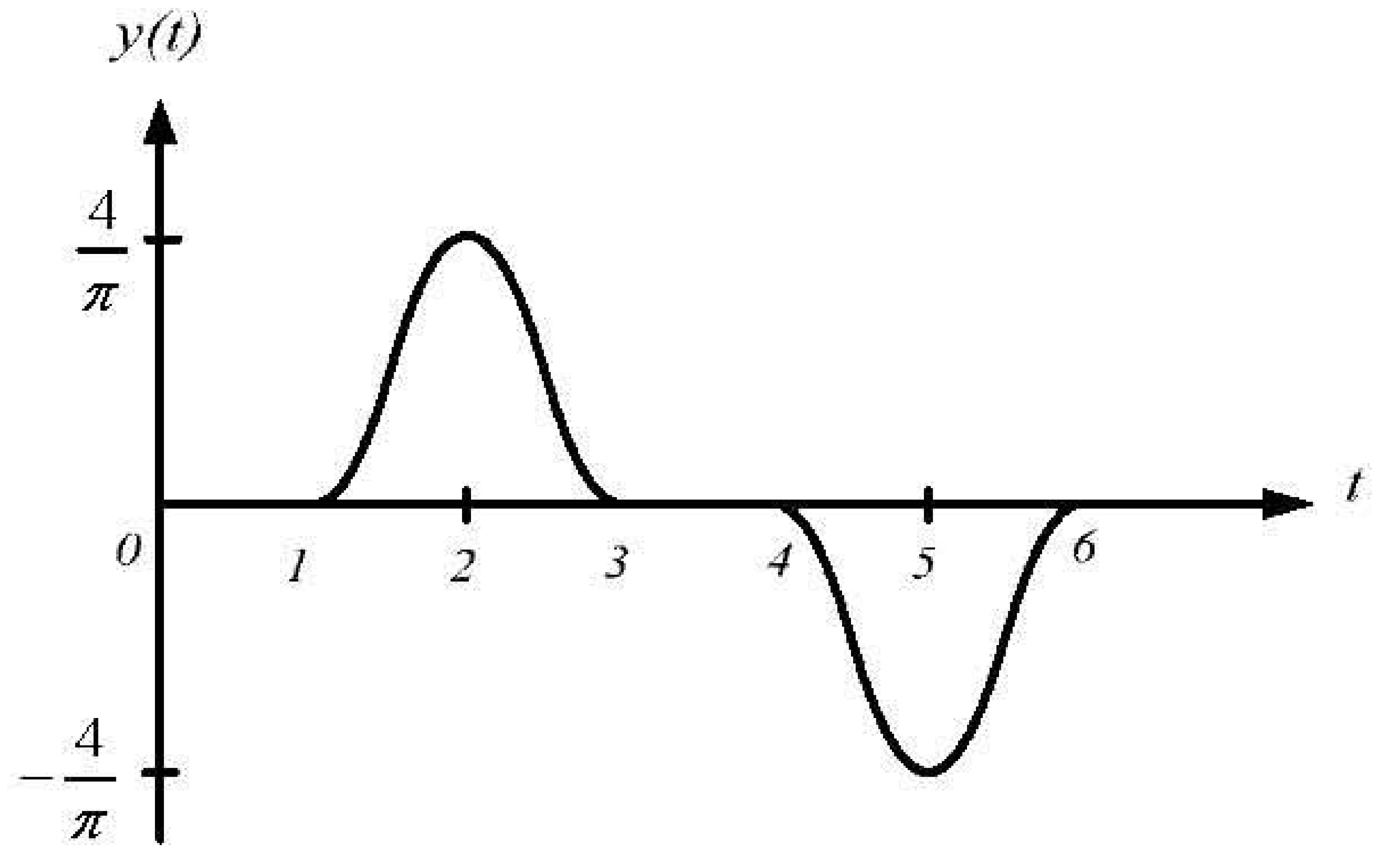
9. $\left|H(e^{j\omega})\right|\Big|_{\omega=0}=0$； 带通数字滤波器。

10. $f(n)=R_N(n)$； $y(n)=R_N(n)$。

11. $P_{yy}(\omega)=\dfrac{\sigma_x^2}{(1-0.5e^{-j\omega})(1-0.5e^{j\omega})}=\dfrac{\sigma_x^2}{1.25-\cos\omega}$； $r_{yy}(m)=\dfrac{0.5^{|m|}\sigma_x^2}{1-0.25}=\dfrac{4\cdot 0.5^{|m|}\sigma_x^2}{3}$。

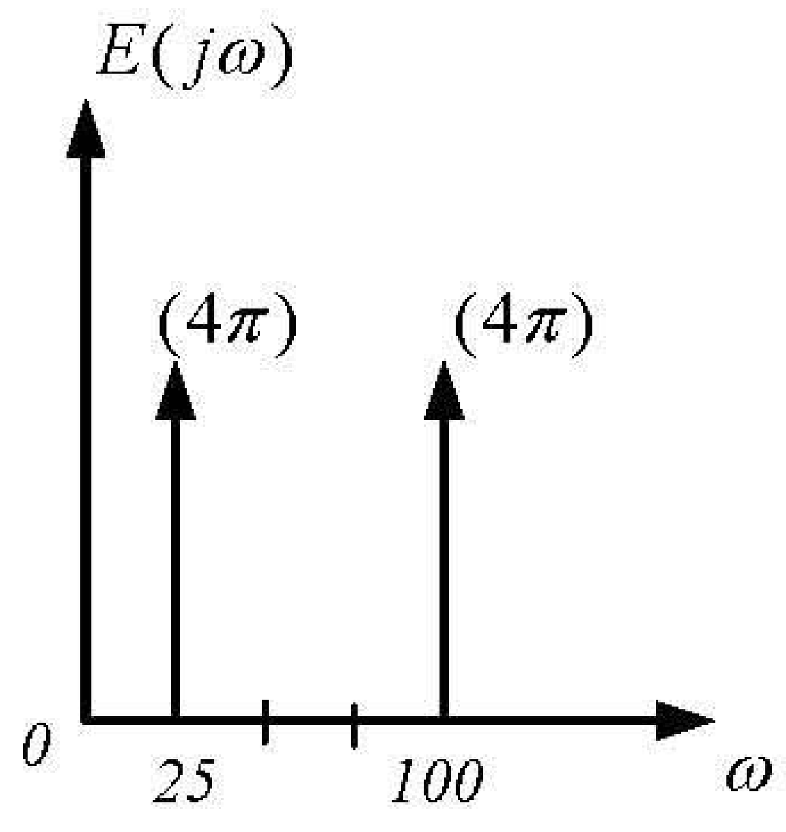
二、（2+3+3+2=10 分）

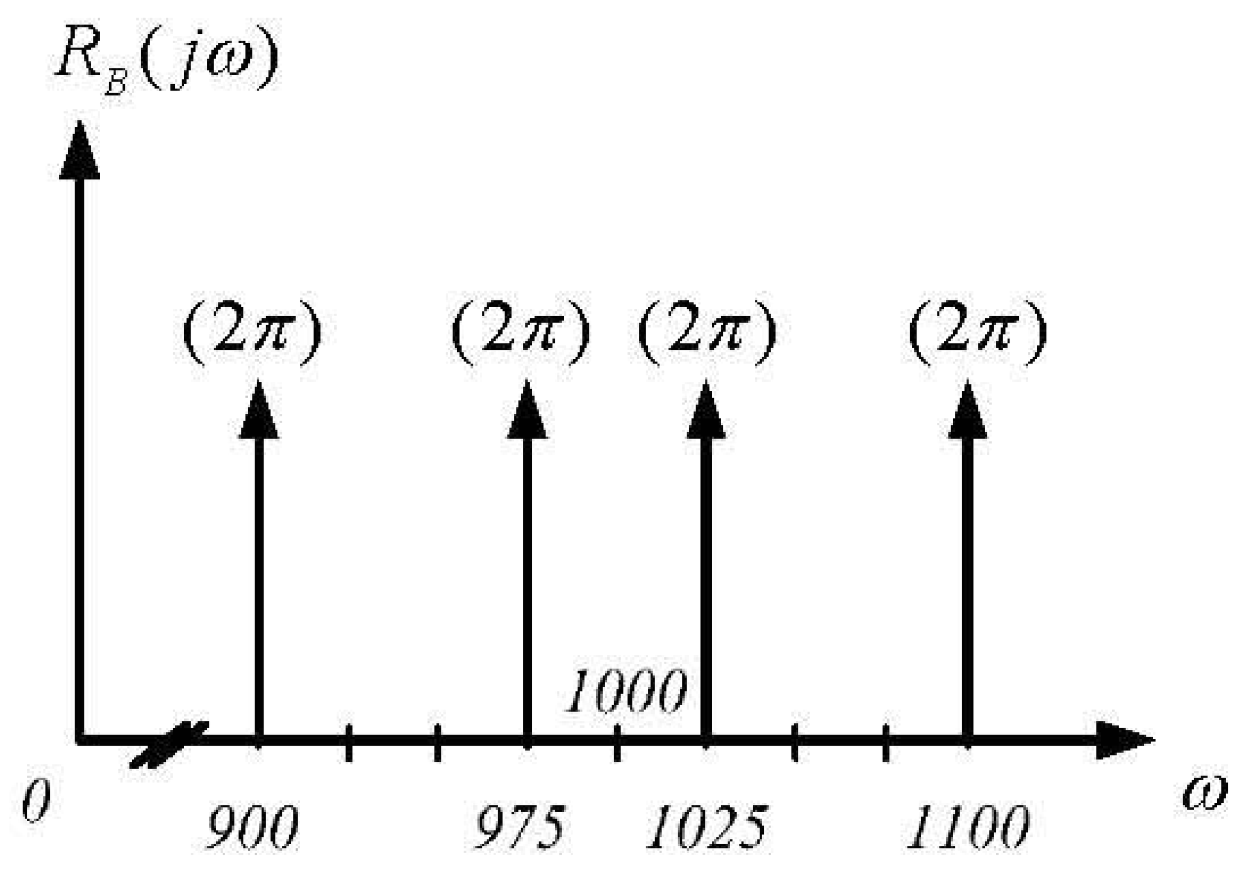
$$y(t)=\begin{cases}0 & t<1,4>t>3,t>6\\ \dfrac{2}{\pi}(1+\cos\pi t) & 3\ge t\ge 1\\ \dfrac{2}{\pi}(-1+\cos\pi t) & 6\ge t\ge 4\end{cases}$$

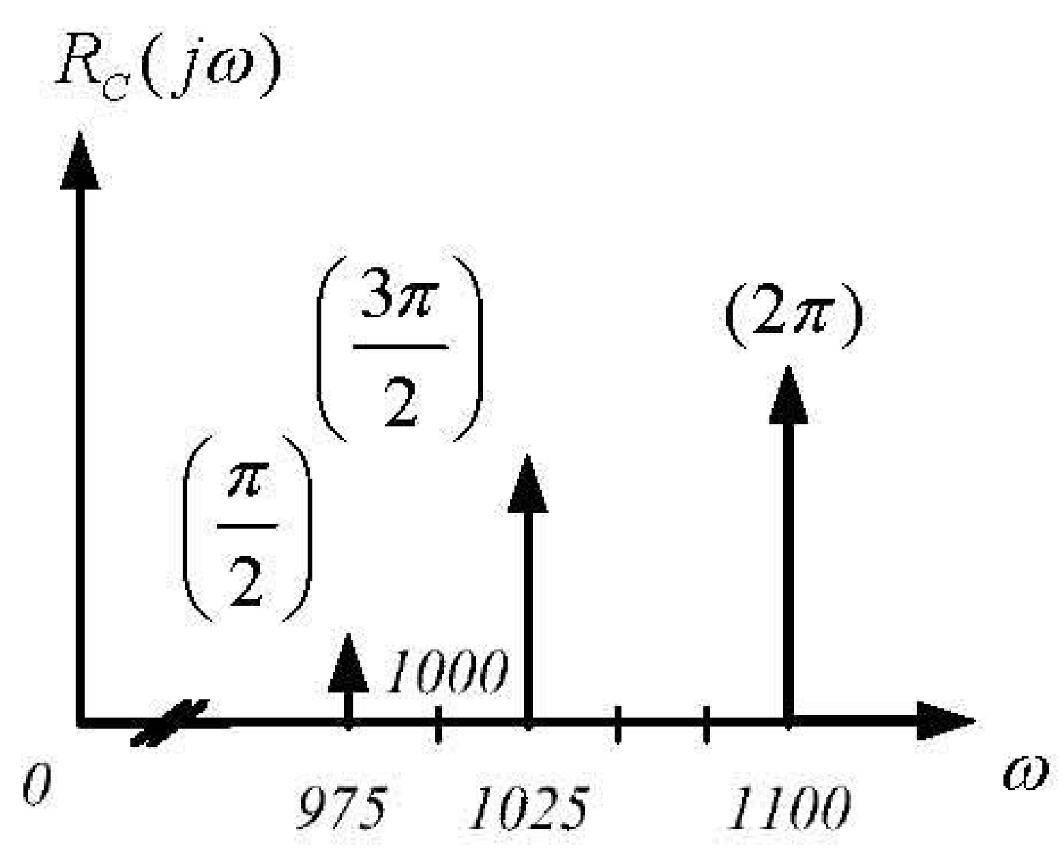


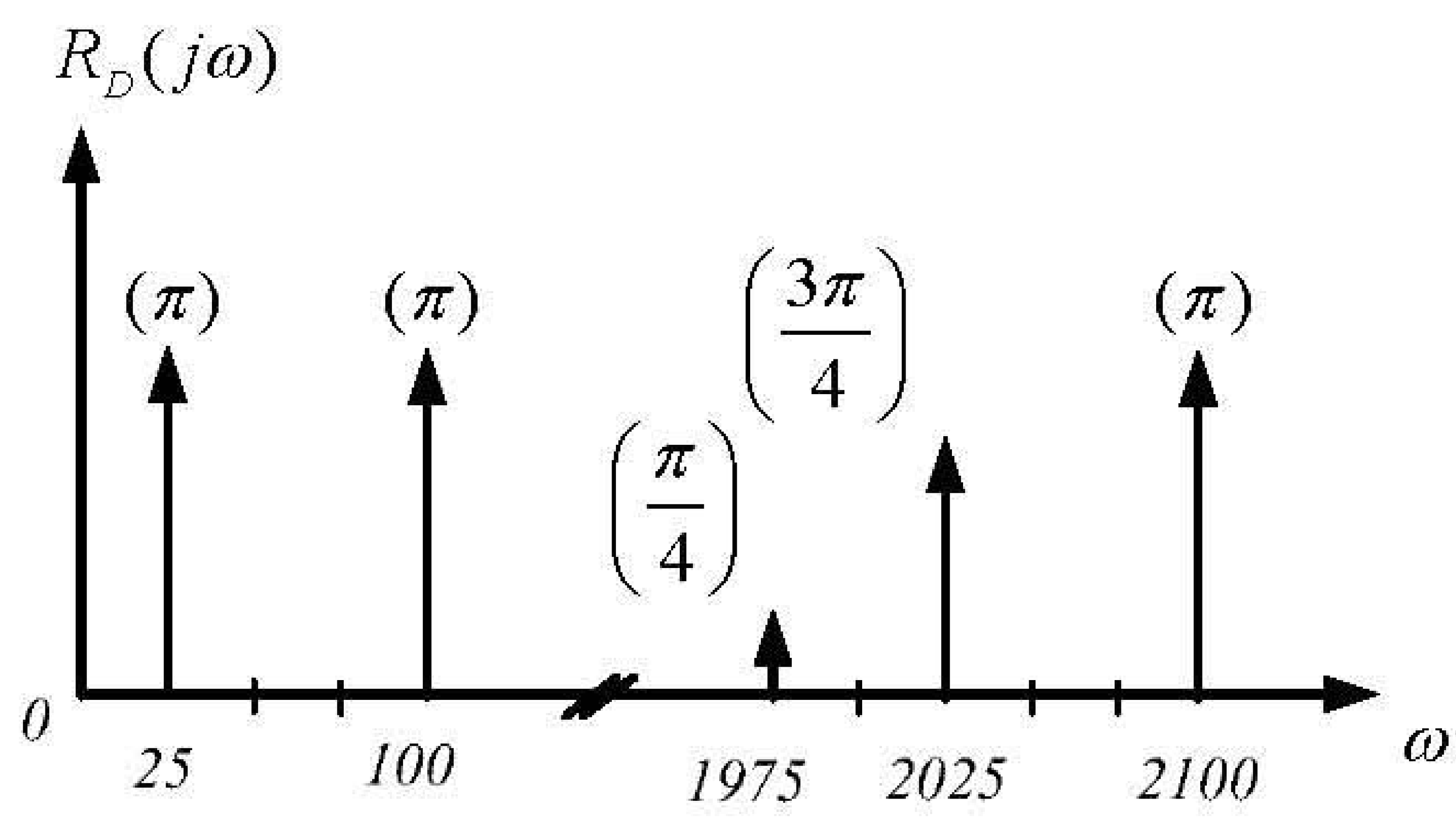
三、（5×2＋3＋2＝15 分）

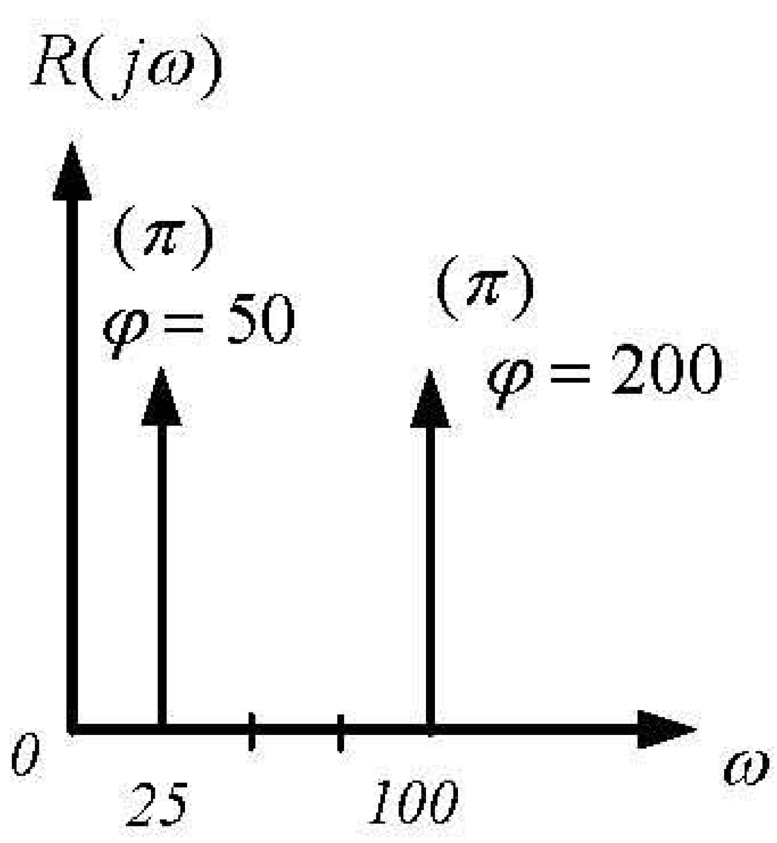
1.









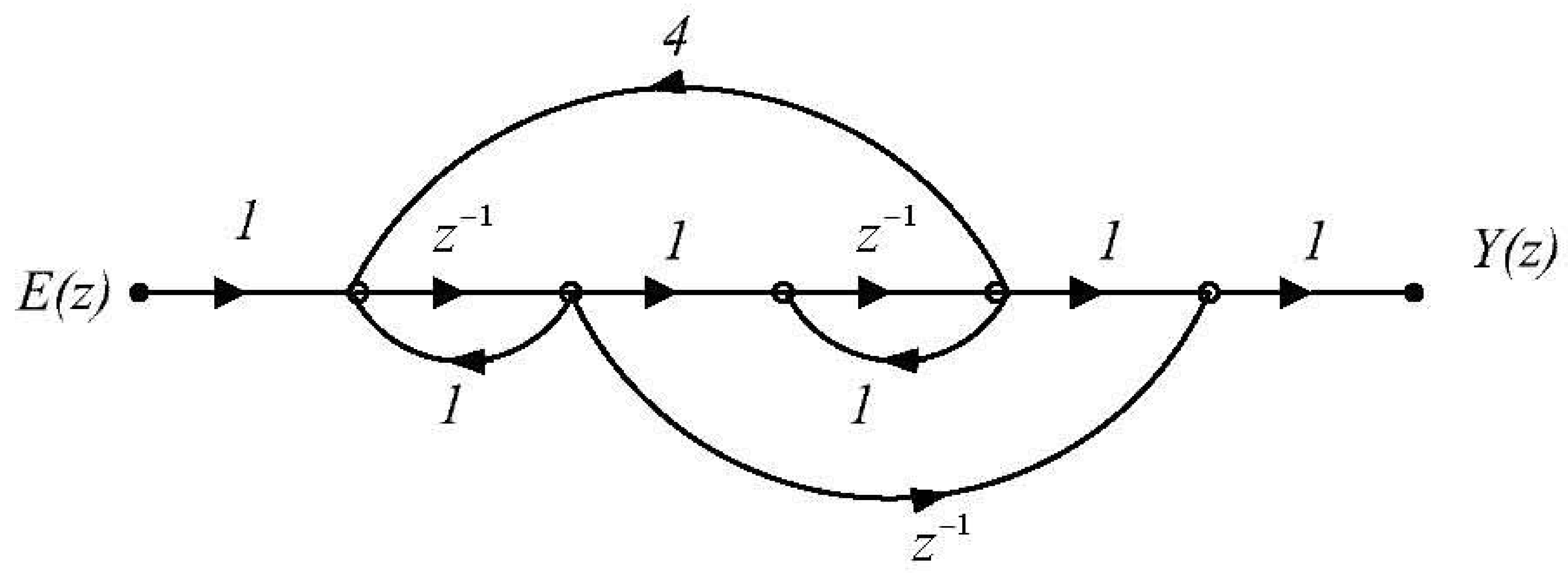


2. $r(t) = \cos 25(t-2) + \cos 100(t-2)$

3. 系统 $H_1(j\omega)$ 物理不可实现，因为 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\left|\ln\left|H_1(j\omega)\right|\right|}{1+\omega^2} d\omega \to \infty$，不满足佩利－维纳准则。

四、（5×4＝20 分）

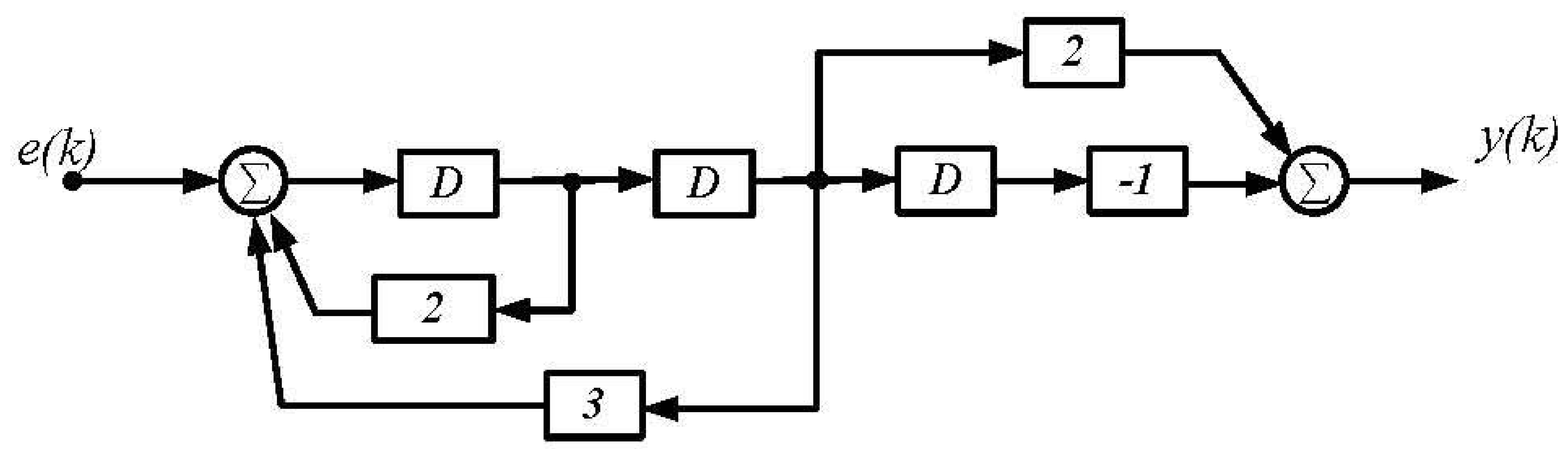
1.



2. $\Delta = 1-(z^{-1}+z^{-1}+4z^{-2})+z^{-2} = 1-2z^{-1}-3z^{-2}$

$$H(z)=\frac{z^{-2}+z^{-2}(1-z^{-1})}{1-2z^{-1}-3z^{-2}}=\frac{2z-1}{z(z^2-2z-3)}$$

3.



4. $H(z)=\dfrac{\frac{1}{3}}{z}+\dfrac{\frac{5}{12}}{z-3}-\dfrac{\frac{3}{4}}{z+1}$,

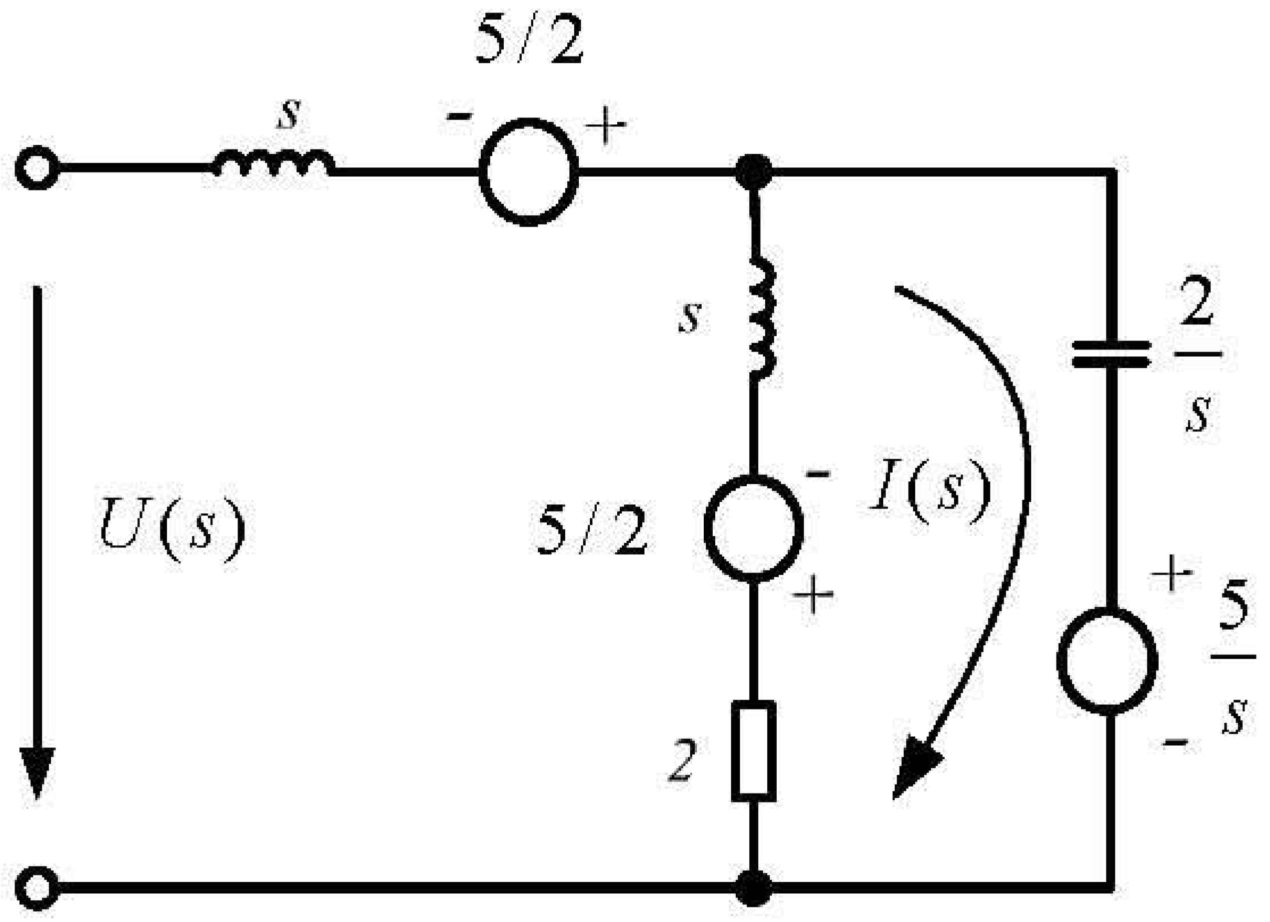
$$h(k)=\frac{1}{3}\delta(k-1)+\frac{5}{12}\cdot 3^{k-1}\varepsilon(k-1)-\frac{3}{4}(-1)^{k-1}\varepsilon(k-1)$$

5. $y(z)=E(z)\cdot H(z)=\dfrac{z}{z-\frac{1}{2}}\cdot\dfrac{2z-1}{z(z^2-2z-3)}=\dfrac{2}{(z-3)(z+1)}=\dfrac{\frac{1}{2}}{z-3}-\dfrac{\frac{1}{2}}{z+1}$

$$y(k)=\frac{1}{2}\left(3^{k-1}-(-1)^{k-1}\right)\varepsilon(k-1)$$

五、（2＋5＋5＋3＝15 分）

1．$i_{L1}(0^-)=i_{L2}(0^-)=\frac{5}{2}A$，$u_C(0^-)=5V$



2．

$$\left(s+\frac{2}{s}+2\right)\cdot I(s)=-(\frac{5}{s}+\frac{5}{2}),\qquad I(s)=-\frac{5}{2}\frac{(s+2)}{s^2+2s+2}=-\frac{5}{2}\left(\frac{s+1}{(s+1)^2+1}+\frac{1}{(s+1)^2+1}\right)$$

$$i(t)=-\frac{5}{2}e^{-t}\left(\cos t+\sin t\right)\varepsilon(t)$$

$$U(s)=-\frac{5}{2}-\frac{5}{2}\frac{(s+2)}{s^2+2s+2}\cdot\frac{2}{s}+\frac{5}{s}=-\frac{5}{2}+\frac{5(s+1)}{s^2+2s+2}=-\frac{5}{2}+\frac{5(s+1)}{(s+1)^2+1}$$

$$u(t)=-\frac{5}{2}\delta(t)+5e^{-t}\cos t\cdot\varepsilon(t)$$

六、（6+2+6+4=18 分）

1. $H(z)=\dfrac{1}{1-az^{-1}}+\dfrac{1}{1-a^{-1}z^{-1}}=\dfrac{2z(z-\frac{a+a^{-1}}{2})}{(z-a)(z-a^{-1})}$ ；　该系统为非稳定系统；

2. 极点 $z_1=a$ ； $z_2=a^{-1}$ ；零点 $z_1=0$ ； $z_2=\dfrac{a+a^{-1}}{2}$ ；

当 $0<a<1$ 时收敛域为 $|z|>\dfrac{1}{a}$ ；当 $1\le a<2$ 时收敛域为 $|z|>a$

3. $a=1$ 时，$H(z)=\dfrac{2}{1-z^{-1}}$ ，$h(n)=2u(n)$ ；

$H_1(z)=H^2(z)$ ； $h_1(n)=h(n)*h(n)=4(n+1)u(n)$

七、（4＋4＋4＋8＝20 分）

1. $h_d(n)=(-1)^n\cdot\dfrac{\sin\omega_c(n-\frac{N-1}{2})}{\pi(n-\frac{N-1}{2})}$；

2. $\sum\limits_{n=-\infty}^{+\infty}h_d(n)=H(e^{j\omega})|_{\omega=0}=0$ ； $\sum\limits_{n=-\infty}^{+\infty}h_d(n)(-1)^n=H(e^{j\omega})|_{\omega=\pi}=e^{-j\frac{N-1}{2}\pi}$；

3. $h_1(n)=(-1)^nh_d(n)=\dfrac{\sin\omega_c(n-\frac{N-1}{2})}{\pi(n-\frac{N-1}{2})}$；

4. $h_2(n)$ 为一个带阻数字滤波器；

$f_1=2500Hz$ 时有 $\omega_1=\dfrac{f_1}{f_s}\cdot2\pi=\dfrac{\pi}{2}$；

输入信号 $x_1(n)$ 的频谱是在其阻带以内，故有其输出 $y_1(n)=0$ 。

$f_2=1000Hz$ 时有 $\omega_2=\dfrac{f_2}{f_s}\cdot2\pi=\dfrac{\pi}{5}$，

输入信号 $x_1(n)$ 的频谱是在其通带以内，故有其输出 $y_2(n)$ 的频谱

$Y_2(e^{j\omega})=X(e^{j\omega})e^{-j\frac{N-1}{2}\omega}$ 故有 $y_2(n)=x(n-\dfrac{N-1}{2})=\cos2\pi f_2(n-\dfrac{N-1}{2})$ 。

八、（6＋4＋6＋6＝22 分）

1．

$$H(e^{j\omega}) = e^{-j\omega} + 2e^{-j2\omega} + 3e^{-j3\omega} + 4e^{-j4\omega} + 3e^{-j5\omega} + 2^{-j6\omega} + e^{-j7\omega}$$
$$= e^{-j4\omega}(2\cos 3\omega + 4\cos 2\omega + 6\cos\omega)$$
$$= \frac{\sin^2 2\omega}{\sin^2 \frac{\omega}{2}} e^{-j4\omega}$$

该系统是线性相位系统；

2．

$$H(k) = H(e^{j\omega})\Big|_{\omega=\frac{2\pi}{N}k} = \left\{16, -4-\sqrt{2}\ , 0\ , -4+\sqrt{2}, 0, -4+\sqrt{2}, 0, -4-\sqrt{2}\ \right\}$$

3．（4 分）

$$H_1(k) = \sum_{n=0}^{7}(-1)^n h(n) W_8^{kn} R_8(k) = \sum_{n=0}^{7} h(n) W_8^{(k+4)n} R_8(k) = \sum_{n=0}^{7} h((n))_8 W_8^{(k+4)n} R_8(k)$$
$$= H((k+4))_8 R_8(k)$$
$$= \left\{\ 0, -4+\sqrt{2}, 0, -4-\sqrt{2}, 16\ , -4-\sqrt{2}, 0, -4+\sqrt{2}\ \right\}$$

$h_1(n)$ 为一高通数字滤波器

4．

$$H_2(k) = \sum_{n=0}^{15} h_2(n) W_{16}^{kn} R_{16}(k) = \sum_{n=0}^{7} h_2(2n) W_{16}^{2kn} R_{16}(k) = \sum_{n=0}^{7} h(n) W_8^{kn} R_{16}(k)$$
$$= H((k))_8 R_{16}(k)$$

$$= \left\{16, -4-\sqrt{2}, 0, -4+\sqrt{2}, 0, -4+\sqrt{2}, 0, -4-\sqrt{2}, 16, -4-\sqrt{2}, 0, -4+\sqrt{2}, 0, -4+\sqrt{2}, 0, -4-\sqrt{2}\right\}$$

$h_2(n)$ 为一带阻数字滤波器