

南京航空航天大学

二〇〇八年硕士研究生入学考试试题

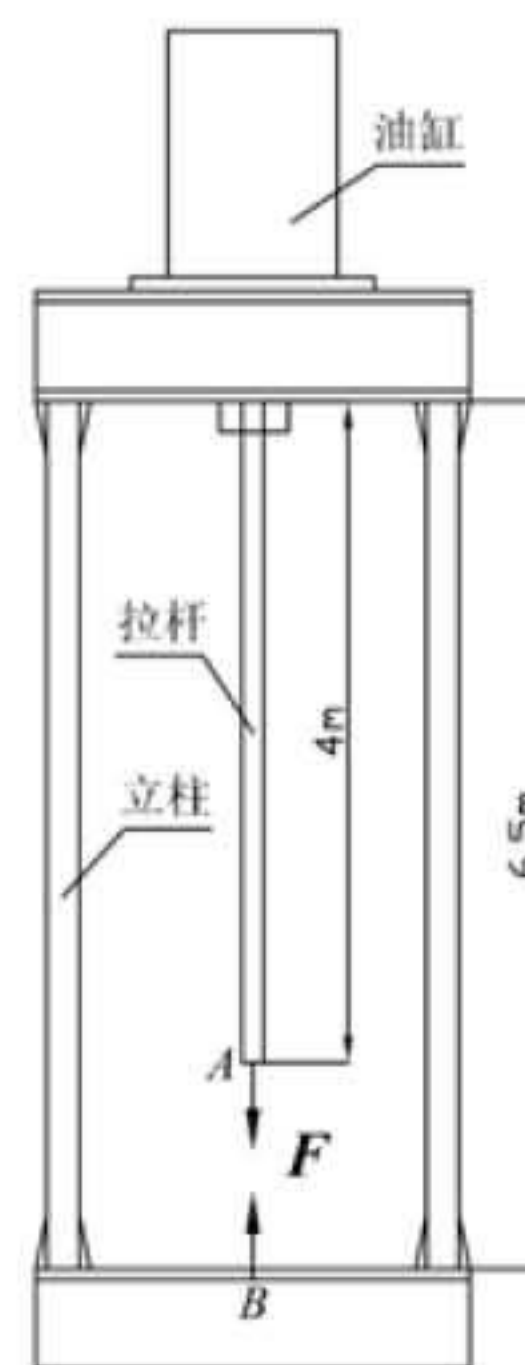
考试科目: 材料力学

说 明: 答案一律写在答题纸上

一、某试验机由二根相同的立柱和一根中心拉杆组成。已知立柱的材料为 20 钢, 弹性模量 $E=210\text{GPa}$, 横截面为外径 $D=160\text{mm}$, 内径 $d=140\text{mm}$ 的空心圆环。中心拉杆为实心圆杆, 材料为 20Cr 钢, 许用应力 $[\sigma]=450\text{MPa}$, 弹性模量 $E=210\text{GPa}$ 。试验机设计载荷为 $F_{\max}=800\text{kN}$ 。试:

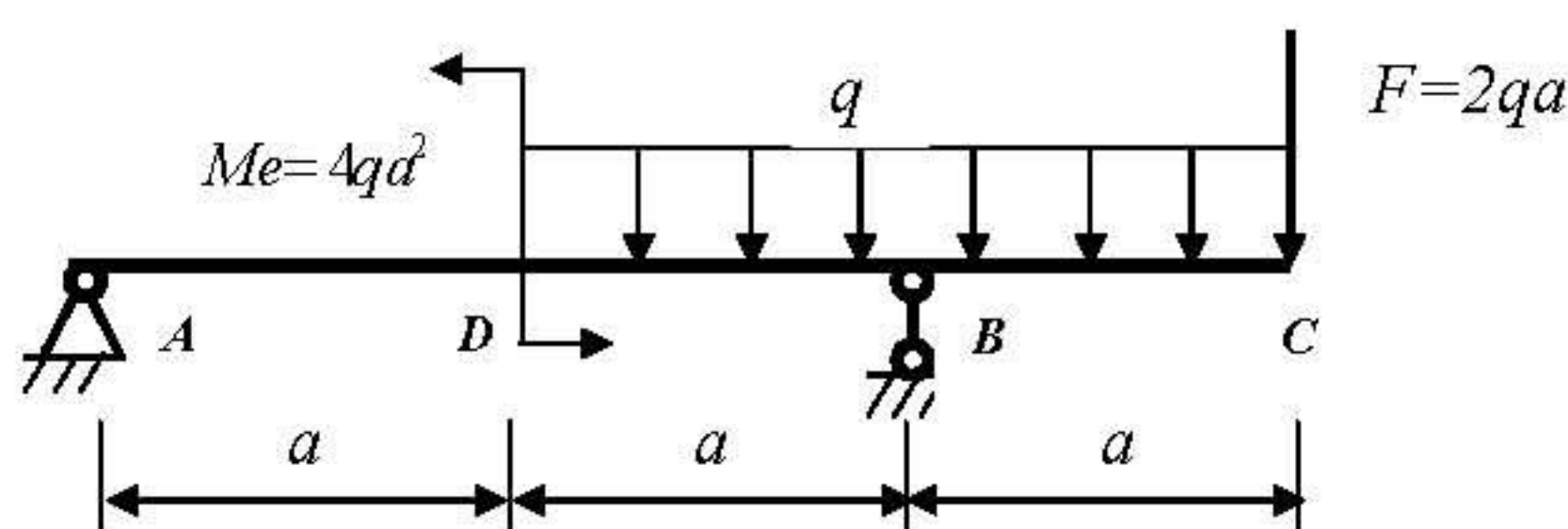
(1) 设计中心拉杆的直径 d_1 。

(2) 设立柱的长度为 6.5m , 拉杆的计算长度为 4m , 计算最大拉力时的试验机上 A 、 B 两点间的相对位移(上下横梁的变形不计, 立柱的稳定问题不考虑)。(15 分)



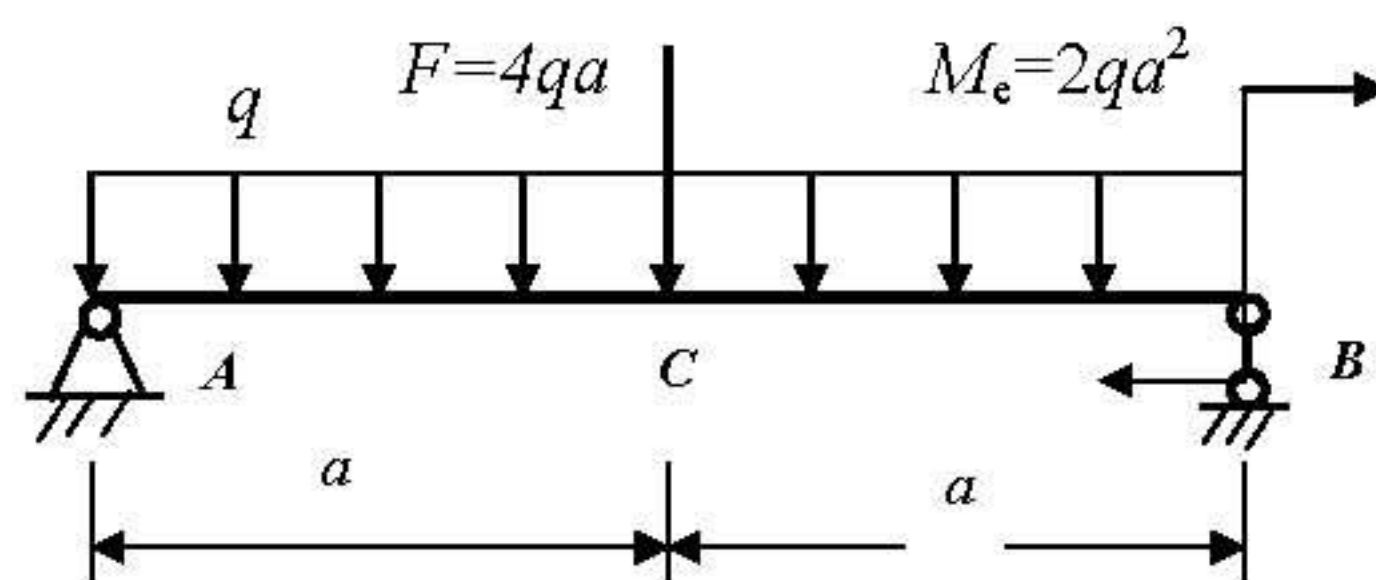
(第一题图)

二、作图示结构的剪力图和弯矩图。(15 分)



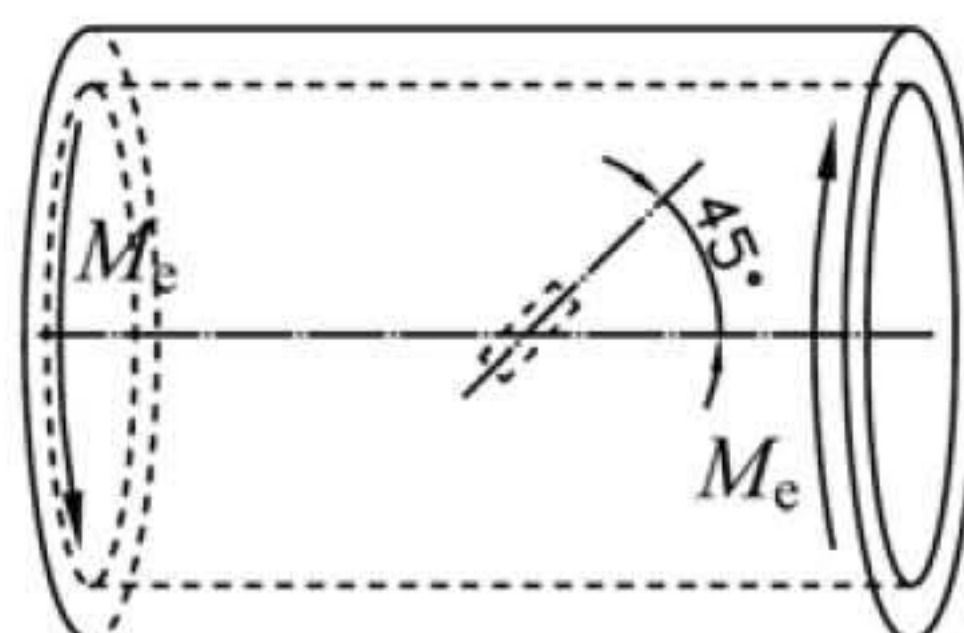
(第二题图)

三、图示为矩形截面梁， $h=2b=100\text{mm}$ ， $a=1\text{m}$ ，材料弹性模量 $E=200\text{GPa}$ ，许用应力 $[\sigma]=180\text{MPa}$ ，测得跨中截面 C 底部纵向线应变为 $\varepsilon=600\times 10^{-6}$ ，求：(1)作梁的剪力图和弯矩图；(2)载荷 q 的值；(3)校核梁的强度。(15 分)



(第三题图)

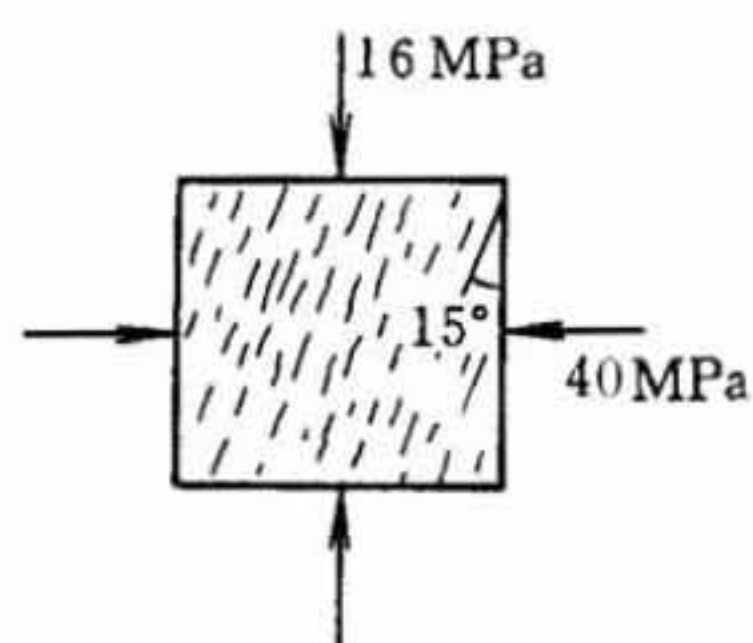
四、为了监测受扭空心圆杆的扭矩大小，在圆杆内表面沿 45° 方向粘贴应变片。已知材料为 45 钢，切变模量 $G=80\text{GPa}$ ，泊松比 $\mu=0.3$ 。杆件外径 $D=100\text{mm}$ ，内径 $d=80\text{mm}$ 。材料的许用切应力为 $[\tau]=100\text{MPa}$ 。今测得应变片的应变读数为 590×10^{-6} ，试问 (1) 杆件承受的扭矩有多大？ (2) 材料强度是否足够？(15 分)



(第四题图)

五、木制构件中的某一微元应力如图所示，图中所示的角度为木纹方向与铅垂方向的夹角。试求：

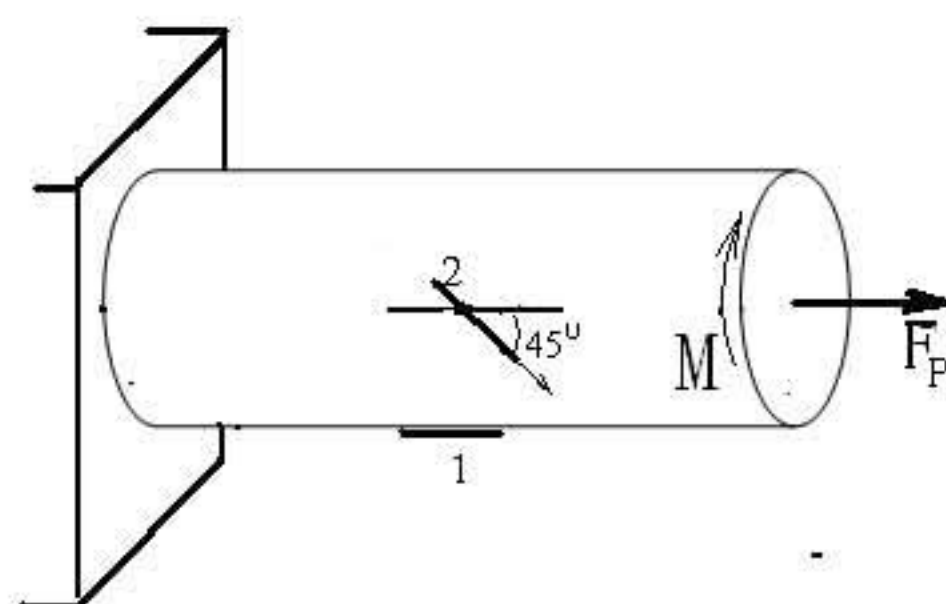
- (1) 面内平行于木纹方向的剪应力；
- (2) 垂直于木纹方向的正应力；
- (3) 该点的三个主应力和最大剪应力。(15 分)



(第五题图)

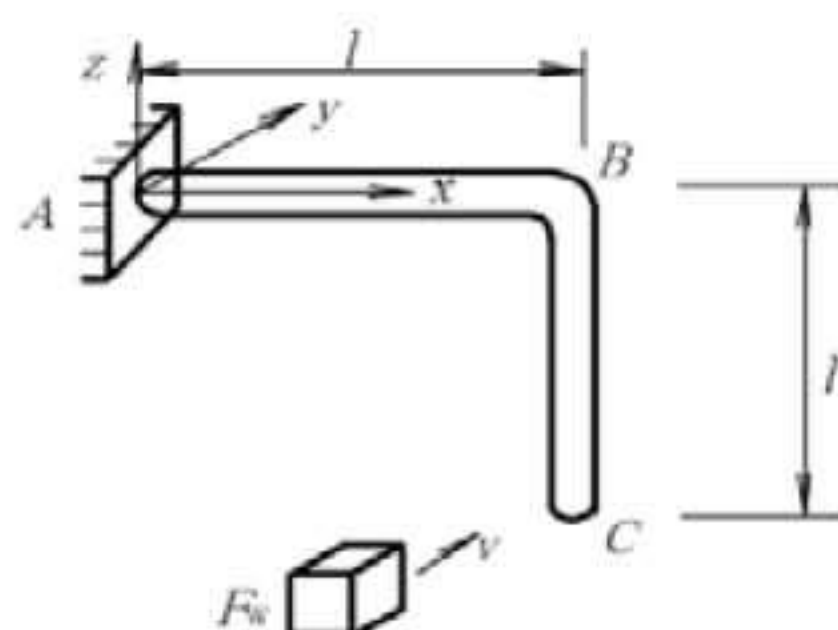
六、直径 $D=100\text{mm}$ 的圆杆，自由端有集中力 F_P 和集中力偶 M 作用，测得沿母线 1 方向的线应变 $\varepsilon_1 = 5 \times 10^{-4}$ ，沿与母线方向成 45° 的 2 方向的线应变 $\varepsilon_2 = 3 \times 10^{-4}$ ，圆杆材料弹性模量 $E=200\text{GPa}$ ，泊松比 $\mu = 0.3$ ，许用应力 $[\sigma] = 150\text{MPa}$ ，设圆杆变形在弹性范围内，试求：

1. 集中力 F_P 和集中力偶矩 M 的大小；
2. 用单元体表示危险点的应力状态；
3. 用第三强度理论校核该杆的强度。(15 分)



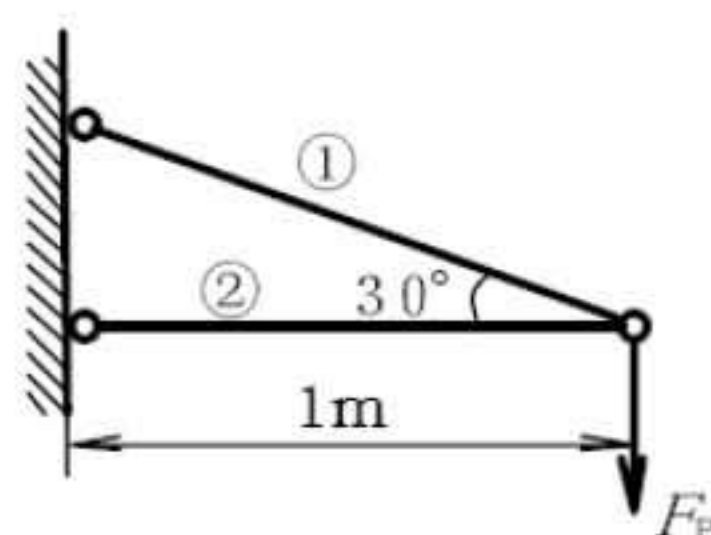
(第六题图)

七、图示等截面折杆，其横截面的直径为 d 。在 C 点受到水平方向 y 运动的物体冲击，已知物体的重量 F_w ，速度 v ，折杆的长度 l ，弹性模量 E 和 $G=0.4E$ 。试求动荷系数及折杆危险点的第三理论相当应力。(15分)



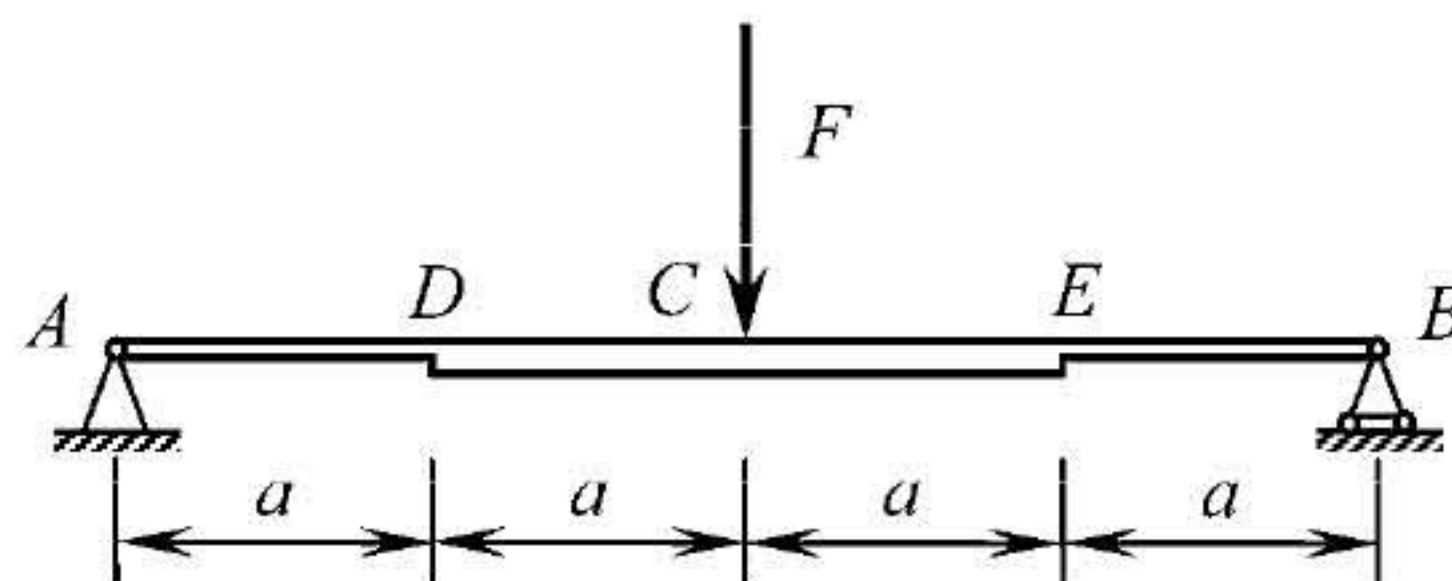
(第七题图)

八、杆1、2均为圆截面直杆，直径相同， $d = 40\text{mm}$ ；且材料相同，弹性模量 $E = 210\text{GPa}$ ， $\sigma_p = 280\text{MPa}$ ， $\sigma_s = 350\text{MPa}$ ， $a = 461\text{MPa}$ ， $b = 2.568\text{MPa}$ ，材料的许用应力 $[\sigma] = 180\text{MPa}$ ，规定稳定安全系数 $n_{st} = 2$ ，试求许可载荷 $[F_P]$ 。(15分)



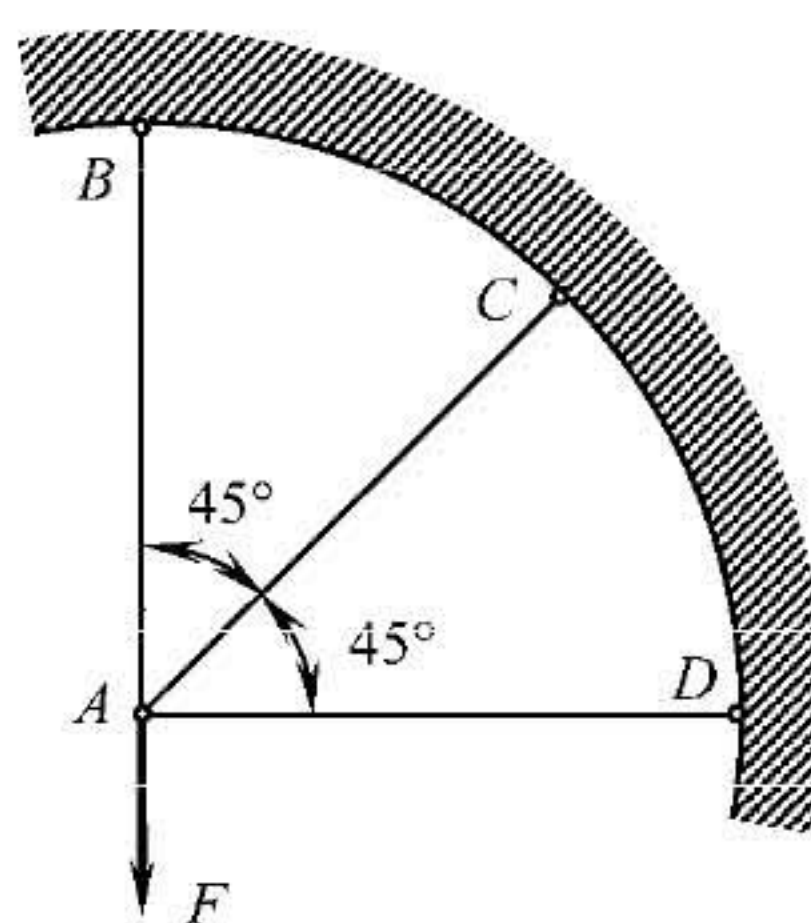
(第八题图)

九、图示简支梁 AB 受集中力 F 作用, AD 和 BE 段弯曲刚度为 EI , DE 段弯曲刚度为 $2EI$ 。试用能量法求中间截面 C 处的垂直位移。(15 分)



(第九题图)

十、图示超静定结构受力 F 作用, 杆件 AB 、 AC 和 AD 的拉压刚度均为 EA , 长度均为 L 。试用力法正则方程求杆件 AB 的内力。(15 分)



(第十题图)

硕士研究生入学考试试题评分标准及参考答案

试题编号：816

共 5 页 第 1 页

一、

$$\sigma_{\max} = \frac{F_{\max}}{A} \leq [\sigma]$$

$$A = \frac{\pi d_1^2}{4} \geq \frac{F_{\max}}{[\sigma]} = \frac{800000}{450 \times 10^6} = 0.001778 \text{m}^2$$

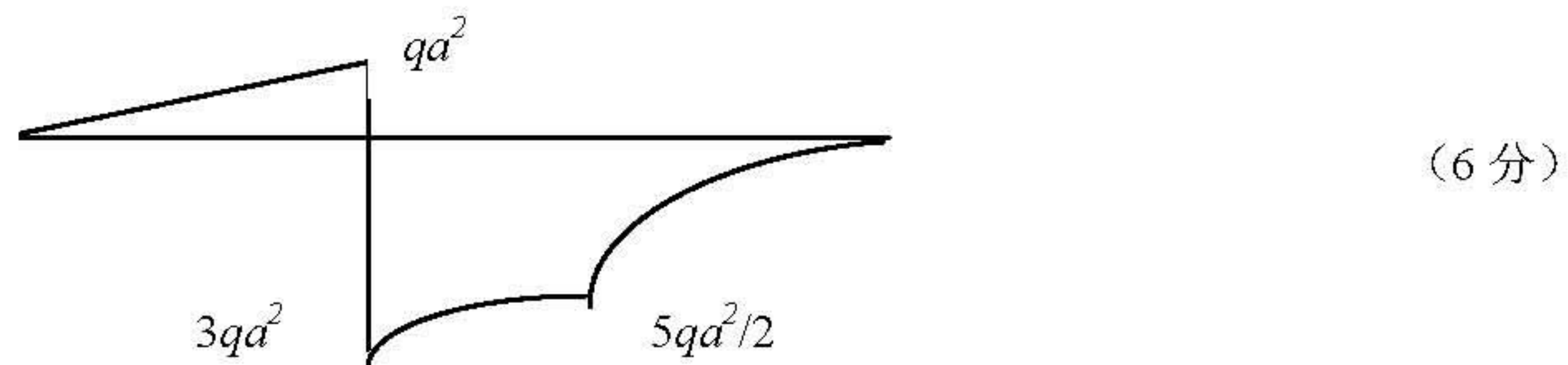
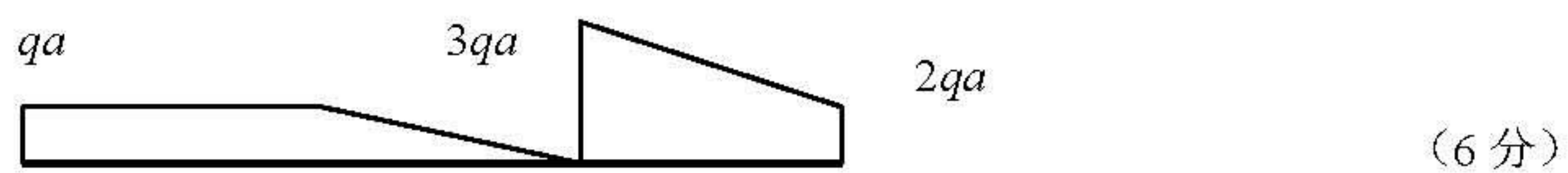
$$d_1 = \sqrt{\frac{4 \times 0.001778}{3.14}} = 0.0476 \text{m} \quad (7 \text{分})$$

可取 48mm。

$$\begin{aligned} \Delta l_{AB} &= |\Delta l_{\text{立柱}}| + |\Delta l_{\text{拉杆}}| = \frac{|F_{N_1}| l_1}{EA_1} + \frac{F_{N_2} l_2}{EA_2} \\ &= \frac{400000 \times 6.5}{210 \times 10^9 \times \pi (0.08^2 - 0.07^2)} + \frac{800000 \times 4}{210 \times 10^9 \times \pi \times 0.024^2} \\ &= 0.00263 + 0.00842 = 0.0111 \text{m} = 11.1 \text{mm} \quad (8 \text{分}) \end{aligned}$$

二、

$$F_{RA} = qa; \quad F_{RB} = 3qa \quad (3 \text{分})$$



三、

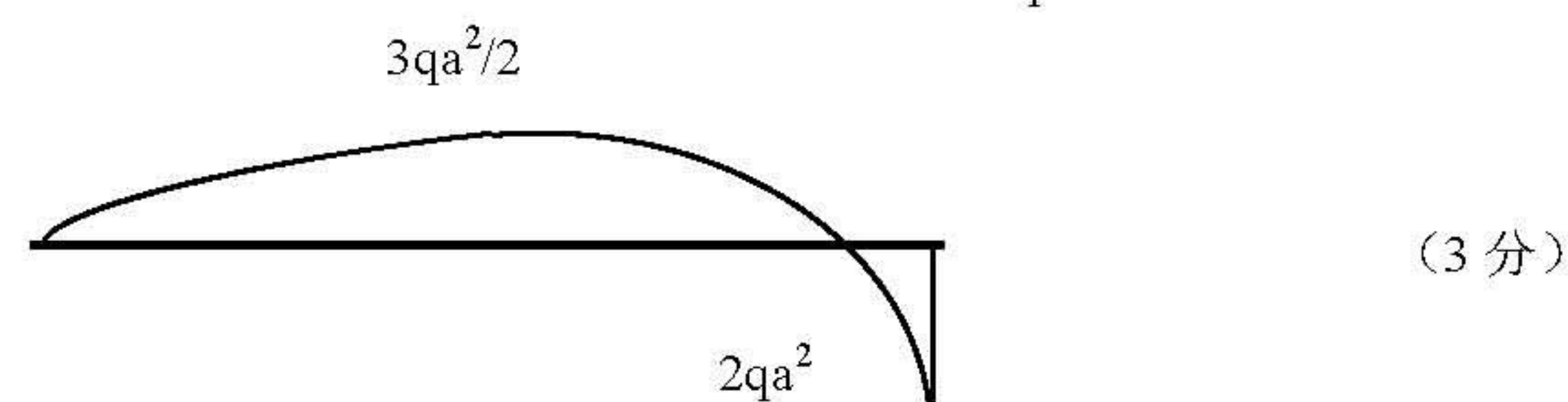
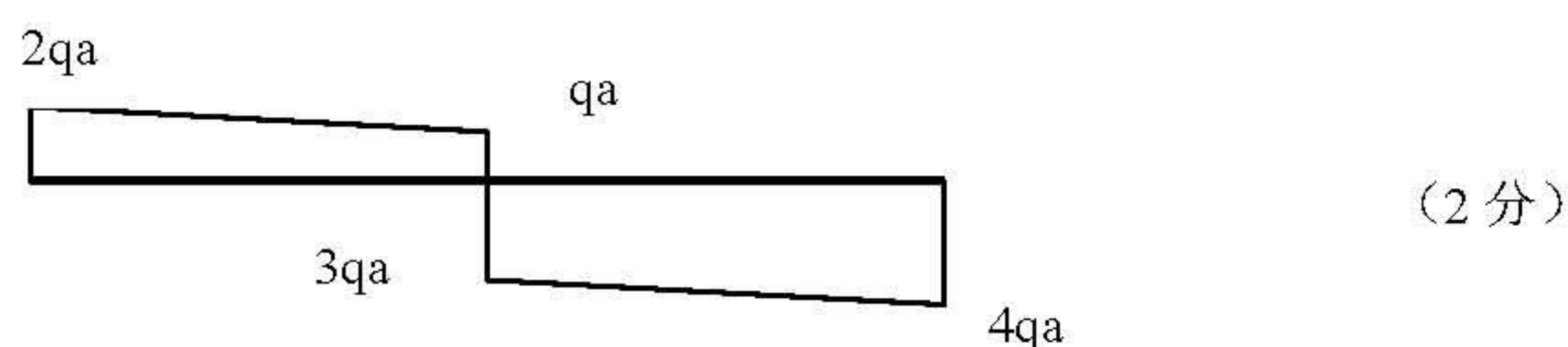
$$F_{RA} = 2qa; F_{RB} = 4qa; \quad (2 \text{ 分})$$

$$\varepsilon = \frac{M}{EW};$$

$$q = \frac{2EW\varepsilon}{3a^2} = \frac{2 \times 200 \times 10^9 \times 600 \times 10^{-6} \times 0.05 \times 0.1^2}{3 \times 1^2 \times 6} = 6.67 \text{ KN/m} \quad (3 \text{ 分})$$

$$M_{\max} = 2qa^2 = 2 \times 6.67 \times 1^2 = 13.33 \text{ KNm} \quad (2 \text{ 分})$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} = \frac{13.33 \times 10^3 \times 6}{0.05 \times 0.1^2} = 160 \times 10^6 \text{ Pa} < [\sigma] \quad \text{满足强度要求} \quad (3 \text{ 分})$$



四、

$$45^\circ \text{ 方向正应力 } \sigma \text{ 与 } 0^\circ \text{ 方向切应力 } \tau \text{ 相等: } \sigma_{45^\circ} = -\sigma_{-45^\circ} = \tau \quad (3 \text{ 分})$$

$$\text{由广义胡克定律 } \varepsilon_{45^\circ} = \frac{\sigma_{45^\circ} - \mu\sigma_{-45^\circ}}{E} = \frac{(1+\mu)\tau}{E}; \text{ 由 } E、G、\mu \text{ 的关系 } G = \frac{E}{2(1+\mu)}$$

$$\text{所以 } \tau = \frac{E}{1+\mu} \varepsilon_{45^\circ} = 2G\varepsilon_{45^\circ} = 2 \times 80 \times 10^9 \times 590 \times 10^{-6} = 94.4 \times 10^6 \quad (4 \text{ 分})$$

$$I_p = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32} = \frac{3.14 \times (0.1^4 - 0.08^4)}{32} = 5.79 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$\text{因为 } \tau_\rho = \frac{T\rho}{I_p}, \text{ 所以 } M_e = T = \frac{\tau_\rho I_p}{\rho} = \frac{94.4 \times 10^6 \times 5.79 \times 10^{-6}}{0.08} = 6832 \text{ N}\cdot\text{m} \quad (4 \text{ 分})$$

$$\text{圆杆外表面应力为 } \tau_{\max} = \frac{D}{d} \tau = \frac{100}{80} \times 94.4 = 118 \text{ MPa} > [\tau], \text{ 所以材料强度不够。} \quad (4 \text{ 分})$$

五、

(1) 平行于木纹方向的切应力: (5 分)

$$\tau_{-15} = \frac{-40 - (-16)}{2} \sin(2 \times (-15^\circ)) + 0 \cdot \cos(2 \times (-15^\circ)) = 6 \text{ MPa}$$

(2) 垂直于木纹方向的正应力: (5 分)

$$\sigma_{-15} = \frac{-40 + (-16)}{2} + \frac{-40 - (-16)}{2} \cos(2 \times (-15^\circ)) + 0 = -38.4 \text{ MPa}$$

(3) 三个主应力和最大剪应力. (5 分)

$$\sigma_1 = 0; \quad \sigma_2 = -16 \text{ MPa}; \quad \sigma_3 = -40 \text{ MPa}; \quad \tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = 20 \text{ MPa}$$

六、

(1) 轴向应力: $\sigma = E\varepsilon_1 = 100 \text{ MPa}$, 集中力: $F_p = \sigma A = 785 \text{ kN}$, (3 分)

$$\mp 45^\circ \text{ 方向的正应力: } \sigma_{\mp 45^\circ} = \frac{\sigma}{2} \mp \tau$$

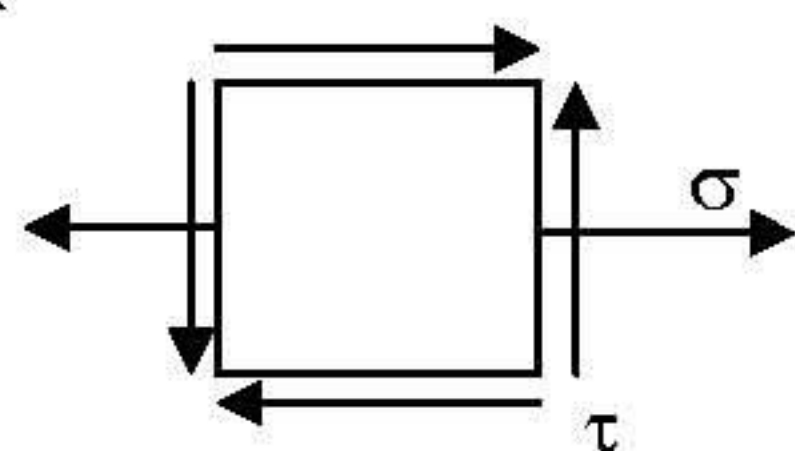
$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E} [\sigma_{-45} - \mu \sigma_{45}] = \frac{1}{E} \left[\frac{\sigma}{2} (1 - \mu) - \tau (1 + \mu) \right]$$

$$= \frac{1}{200 \times 10^9} \left[\frac{100 \times 10^6}{2} (1 - 0.3) - \tau (1 + 0.3) \right]$$

得出: 切应力 $\tau = 19 \text{ MPa}$

$$\text{集中力偶: } M = \tau W_t = \frac{\pi D^3}{16} \tau = 3.73 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad (5 \text{ 分})$$

(2) 应力单元体 (3 分)

(3) 相当应力: $\sigma_{r3} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = 107 \text{ MPa} < [\sigma]$

该杆安全。 (4 分)

七、

$$\begin{aligned}\Delta_{st} &= \frac{F_w l^3}{3EI} + \frac{F_w l^3}{3EI} + \frac{F_w l \times l}{GI_p} l = \frac{2F_w l^3}{3EI} + \frac{F_w l^3}{0.8EI} \\ &= \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{4}\right) \frac{64F_w l^3}{E\pi d^4} = \frac{368F_w l^3}{3\pi E d^4} = \frac{39F_w l^3}{Ed^4}\end{aligned}\quad (5 \text{ 分})$$

$$K_d = \sqrt{\frac{v^2}{g\Delta_{st}}} = \sqrt{\frac{3\pi E d^4 v^2}{368F_w l^3 g}} \quad (5 \text{ 分})$$

$$\begin{aligned}\sigma_{r3} &= K_d \frac{\sqrt{M^2 + T^2}}{W} = \sqrt{\frac{3\pi E d^4 v^2}{368F_w l^3 g}} \frac{32\sqrt{(F_w l)^2 + (F_w l)^2}}{\pi d^3} \\ &= \frac{32F_w l \sqrt{2}}{\pi d^3} \sqrt{\frac{3\pi E d^4 v^2}{368F_w l^3 g}} = \frac{32v}{d} \sqrt{\frac{3EF_w}{184\pi l g}} = 2.3 \frac{v}{d} \sqrt{\frac{EF_w}{lg}}\end{aligned}\quad (5 \text{ 分})$$

八、

$$F_1 = 2F_p \quad F_2 = \sqrt{3}F_p \quad (2 \text{ 分})$$

由杆 1:

$$\sigma_1 = \frac{F_1}{A} = \frac{8F_p}{\pi d^2} \leq [\sigma] \quad F_p \leq \frac{[\sigma] \pi d^2}{8} = \frac{180 \times 10^6 \pi (40 \times 10^{-3})^2}{8} = 113.1 \text{ kN} \quad (3 \text{ 分})$$

由杆 2:

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_P}} = 86 \quad \lambda_2 = \frac{a - \sigma_s}{b} = 43.2 \quad \lambda = \frac{\mu l}{i} = \frac{1}{d/4} = 100 \quad (4 \text{ 分})$$

 $\lambda > \lambda_1$ 用欧拉公式

$$F_{cr2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi^3 \times (40 \times 10^{-3})^2 \times 210 \times 10^9}{4 \times 100^2} = 260.45 \text{ kN} \quad (3 \text{ 分})$$

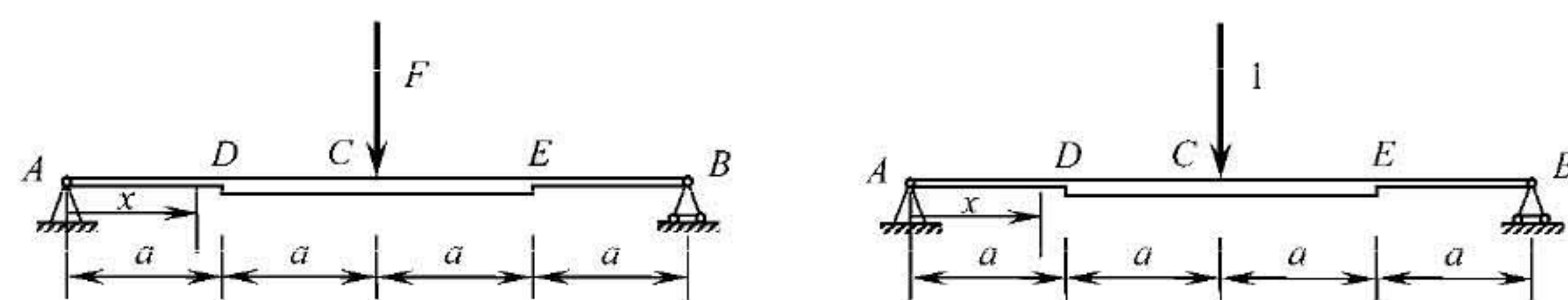
$$\frac{F_{cr2}}{F_2} \geq n_{st} \quad F_2 = \sqrt{3}F_p \leq \frac{F_{cr2}}{n_{st}}$$

$$F_p \leq \frac{F_{cr2}}{\sqrt{3}n_{st}} = \frac{260.45}{2\sqrt{3}} = 75.2 \text{ kN} \quad (3 \text{ 分})$$

$$[F_p] = 75.2 \text{ kN}$$

九、

$$R_A = R_B = \frac{1}{2}F \quad (\uparrow) \quad (2 \text{ 分})$$



$$M = \frac{1}{2}Fx, \quad \bar{M} = \frac{1}{2}x \quad (0 \leq x \leq 2a) \quad (6 \text{ 分})$$

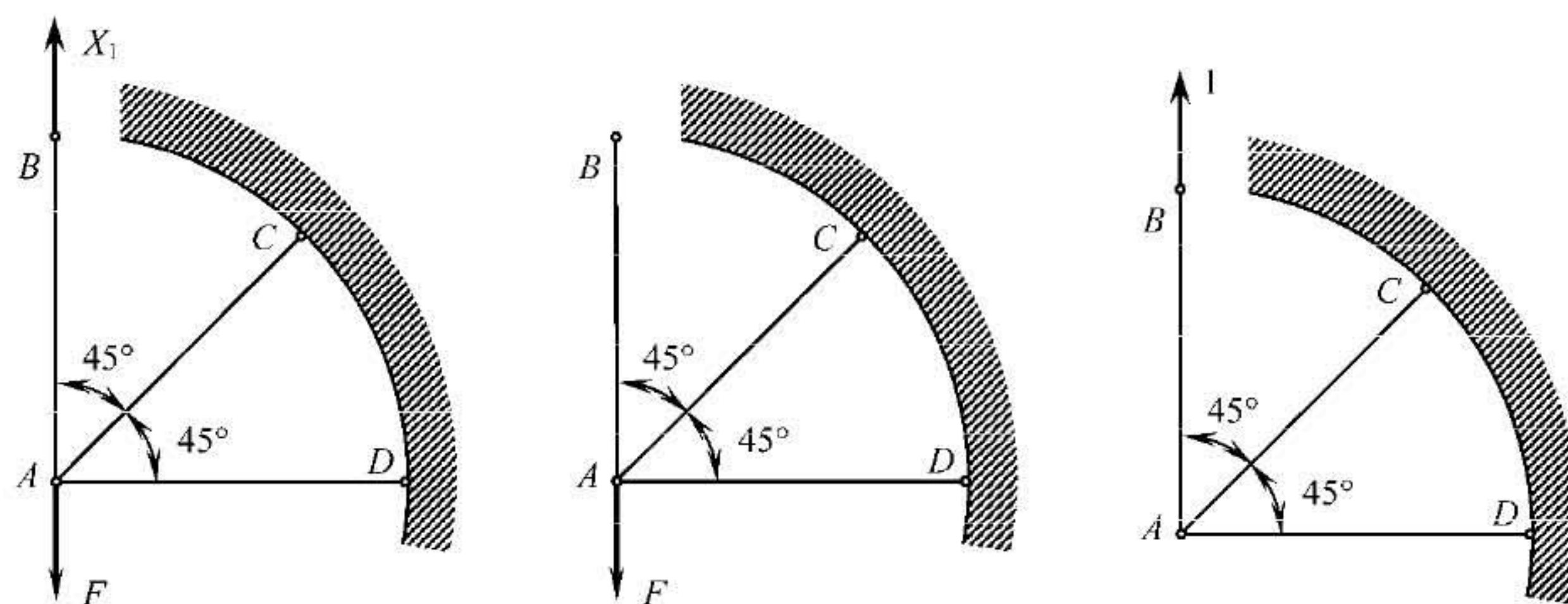
$$\delta_C = 2 \left(\int_0^a \frac{MM}{EI} dx + \int_a^{2a} \frac{MM}{2EI} dx \right) = \frac{3Fa^3}{4EI} \quad (\downarrow) \quad (7 \text{ 分})$$

十、

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1F} = 0 \quad (4 \text{ 分})$$

$$\delta_{11} = \frac{L}{EA} + \frac{2L}{EA} + \frac{L}{EA} = \frac{4L}{EA} \quad (4 \text{ 分})$$

$$\Delta_{1F} = -\frac{2FL}{EA} - \frac{FL}{EA} = -\frac{3FL}{EA} \quad (4 \text{ 分})$$



$$X_1 = -\frac{\Delta_{1F}}{\delta_{11}} = \frac{3}{4}F, \quad \text{即杆件 } AB \text{ 的内力 } F_N = \frac{3}{4}F \text{ (拉力)} \quad (3 \text{ 分})$$