

南京航空航天大学

二〇一〇年硕士研究生入学考试试题

考试科目: 信号系统与数字信号处理

说 明: 1、所有试题答案必须写在答题纸上, 答案写在试卷上无效;

2、第一题填空题 1 至 6 为信号系统考题, 7 至 11 为数字信号处理考题; 第二题至第四题为信号系统考题, 第五题至第七题为数字信号处理考题; 试卷中所用术语和符号与指定参考书一致。

请注意!

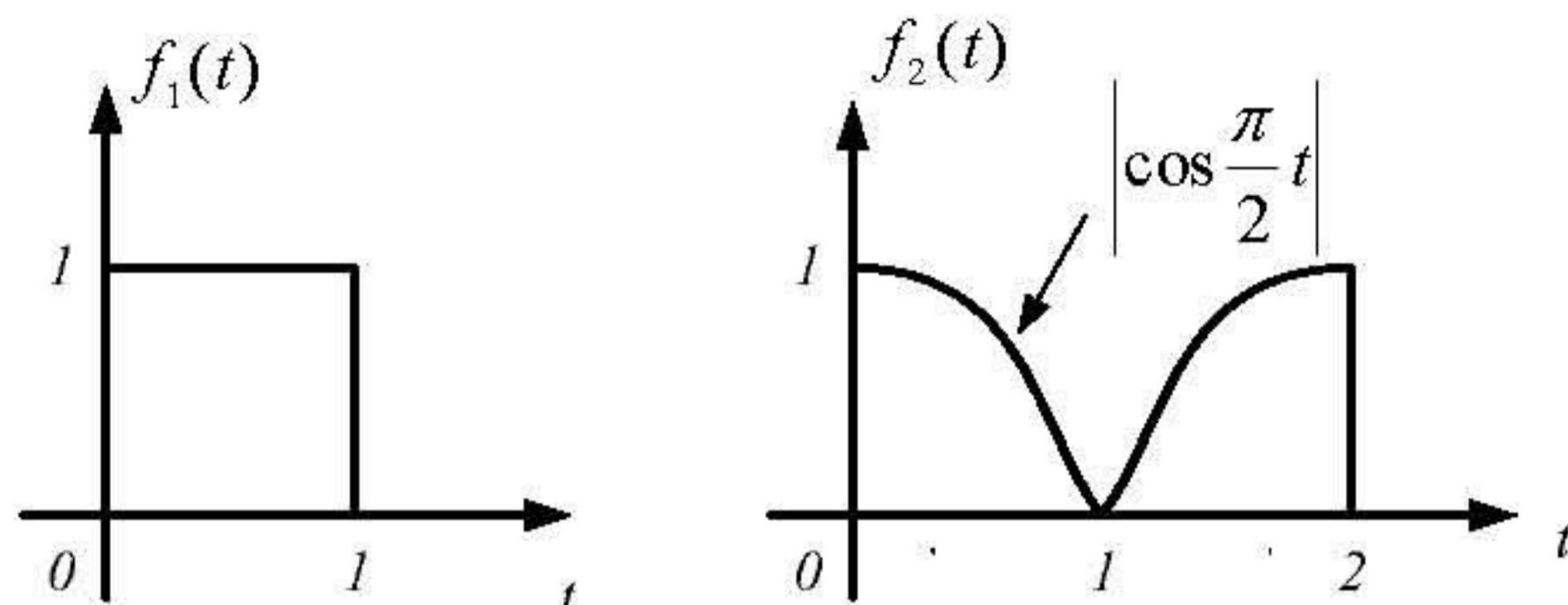
一、(每空 1 分, 共 30 分) 填空题

1. $f(t)$ 为连续时间信号, 且满足绝对可积条件, $\delta'(t)$ 为单位冲激偶, 则 $\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta'(t)dt =$ _____;
 $f(k)$ 是离散时间信号, $\delta(k)$ 为单位函数, 则 $f(k) \cdot \delta(k^2 + 2k - 3) =$ _____。
2. 已知 $f(t) = e^{\alpha t} \cos(\omega_0 t) \varepsilon(t)$ 的拉普拉斯变换为 $F(s) = \frac{s - \alpha}{(s - \alpha)^2 + \omega_0^2}$, 其中 α 为有限实常数, 则当 $\alpha < 0$ 时, $f(t)$ 的傅里叶变换 $F(j\omega) =$ _____; 当 $\alpha = 0$ 时, $f(t)$ 的傅里叶变换 $F(j\omega) =$ _____; 当 $\alpha > 0$ 时, $f(t)$ 的傅里叶变换 $F(j\omega) =$ _____;
3. 设 $h(t)$ 是截止频率为 ω_c 的低通滤波器的单位冲激响应; 则 $h(t) \cdot \cos \omega_0 t$ ($\omega_0 \square \omega_c$) 是何种类型滤波器的单位冲激响应? _____ (在低通、高通、带通和带阻中选填); 该滤波器的通带范围 _____; 带宽 _____。
4. 已知某离散系统的输入输出关系为 $y(k) = k^2 e(k) + e(-k + 1)$, $y(k)$ 为系统的响应, $e(k)$ 为系统的激励, 试判断该系统是 (线性、非线性) _____; (移变、非移变) _____; (因果、非因果) _____; (稳定、不稳定) _____。
5. 设 $s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0 = 0$ 为连续线性时不变系统的特征方程, 其中 $a_i, i = 0, 1, \dots, n-1$ 为实数, 如果特征方程有缺项或系数不同号, 则说明 _____; 如果 $a_0 = 0$, 其它系数不为 0, 则说明 _____; 如果方程只有奇次项或偶次项, 则说明 _____。(填特征根的分布情况)

6. 连续信号 $f(t) = 3\cos(10\pi t) + \cos(20\pi t)$, 其最高频率分量为 _____ Hz。若对 $f(t)$ 进行无失真理想抽样, 其奈奎斯特抽样频率 f_s 为 _____ Hz; 若 $f_1(t) = f(2t)$ 则奈奎斯特抽样频率 $f_s =$ _____ (Hz); 若以 15Hz 的采样频率对 $f(t)$ 进行理想抽样, 再将此抽样信号通过截止频率为 12 Hz, 幅频特性为 1, 相频特性为 0 的理想低通滤波器, 则输出信号的频谱分量分别为 _____ Hz 和 _____ Hz。
7. 一线性时不变离散时间系统的单位脉冲响应 $h(n) = 2^n R_N(n)$, 如果讨论该系统的稳定性和因果性, 则该系统是一个 _____ 系统和一个 _____ 系统。
8. 如果序列 $x(n)$ 是一长度为 N 的有限长序列 ($0 \leq n \leq N-1$), 且 $N = 2^M$, (M 为正整数), 利用 N 点基 2 按时间抽取的 FFT 算法计算 $x(n)$ 的离散付里叶变换 $X(k)$ ($0 \leq k \leq N-1$), 则算法所需要的复数乘法次数为 _____ 次; 所需要的复数加法次数为 _____ 次。
9. 设 $H_a(s)$ 为一高通模拟滤波器的系统函数, 令 $H(z) = H_a(s) \Big|_{s=\frac{21+z^{-1}}{T1-z^{-1}}}$, 则 $H(z)$ 为一 _____ 数字滤波器的系统函数; 如果令 $H(z) = H_a(s) \Big|_{s=\frac{21-z^{-2}}{T1+z^{-2}}}$, 则 $H(z)$ 为一 _____ 数字滤波器的系统函数。
(请在低通, 高通, 带通, 带阻四种滤波器类型中选择填空)。
10. 对于幅度归一化的理想低通数字滤波器, 当 $f = \frac{f_s}{2}$ 时, 有 $H(jf) \Big|_{f=\frac{f_s}{2}} =$ _____; 对于幅度归一化的理想高通数字滤波器, 当 $f = \frac{f_s}{2}$ 时, 有 $H(jf) \Big|_{f=\frac{f_s}{2}} =$ _____。(f_s 为系统采样频率)
11. 一线性时不变离散时间因果系统的单位脉冲响应为 $h(n)$, 输入信号 $x(n)$ 为零均值的白噪声, 其方差为 σ_x^2 , 则该系统输出信号的方差为 _____; 如果该系统的系统函数 $H(z) = \frac{1-z^{-N}}{1-z^{-1}}$, $|z| > 0$; 则该系统输出信号的方差为 _____。

二、计算题 (1, 2 每小题 8 分, 3, 4 每小题 5 分, 共 26 分)

1. $f_1(t)$, $f_2(t)$ 如图所示, 计算它们的卷积 $y(t) = f_1(t) * f_2(t)$, 并作图表示计算结果。



2. 已知 $f(t)$ 频谱函数的实部 $\text{Re}[F(j\omega)] = \varepsilon(\omega + \omega_0) - \varepsilon(\omega - \omega_0)$, 而虚部

$$\text{Im}[F(j\omega)] = \sin\left(\frac{\pi\omega}{\omega_0}\right)[\varepsilon(\omega + \omega_0) - \varepsilon(\omega - \omega_0)], \text{ 试求 } f(t).$$

3. 已知因果函数的像函数为 $F(s) = \frac{(s+1)e^{-2s}}{s^2 + 4s + 5}$, 求原函数 $f(t)$ 。

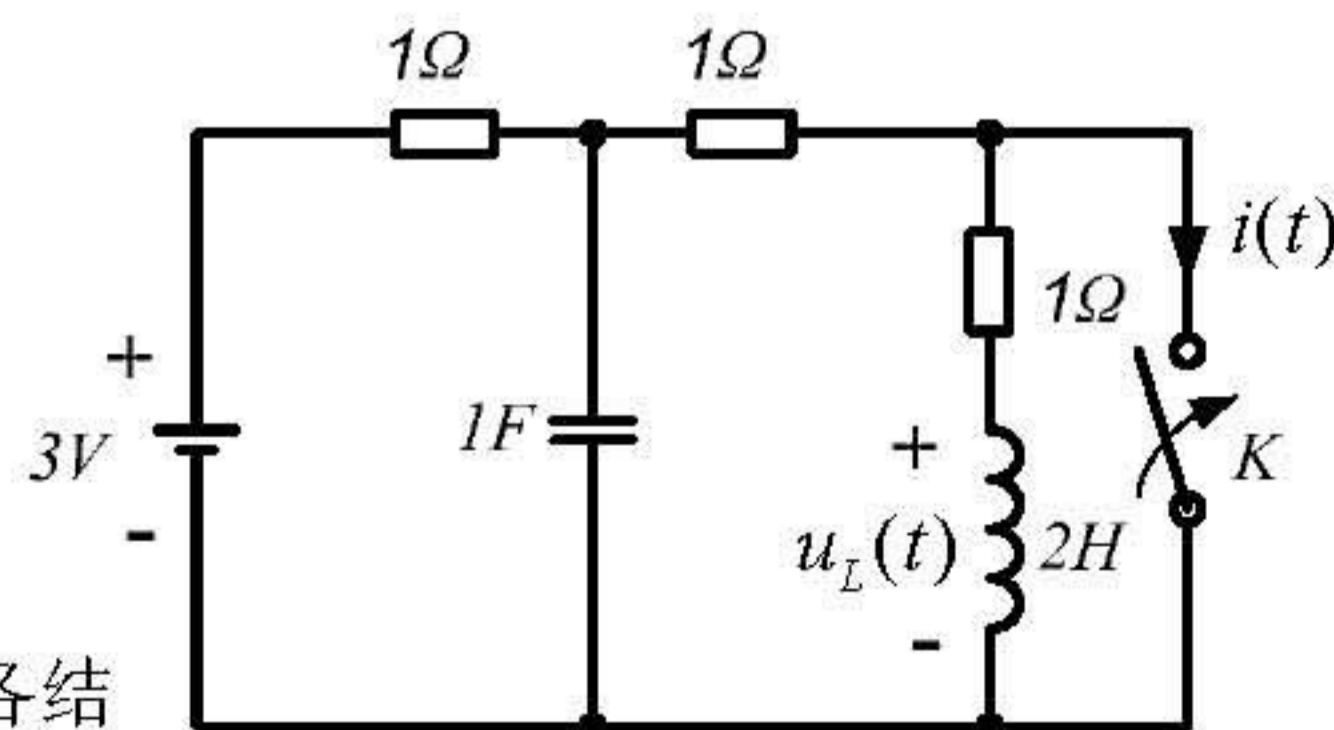
4. 已知有始序列的 Z 变换为 $F(z) = \frac{z^4 - 1}{z^6(z-1)}$, 求原序列 $f(k)$ 。

三、(16 分) 线性时不变离散系统的单位阶跃响应为 $r_s(k) = [k + (-2)^{k+1}]\varepsilon(k)$, 试求:

1. 该系统的系统函数 $H(z)$, 并判别系统的稳定性;
2. 单位函数响应 $h(k)$, 以 $y(k)$ 表示响应 $e(k)$ 表示激励写出描述该系统的差分方程;
3. 当系统初始状态为 $y_{zi}(0) = 0, y_{zi}(1) = 1$ 时, 求系统的零输入响应;
4. 画出系统的直接型模拟方框图。

四、(18 分) 如图所示电路, 原处于稳定状态, 在 $t = 0$ 时开关 K 合上, 试求:

1. 电容上的初始电压和电感中的初始电流;
2. 画出 $t > 0$ 时的 S 域运算等效电路;
3. 流过开关 K 的电流 $i(t)$;
4. 电路开关 K 保持断开, 以电感两端电压 $u_L(t)$ 为输出, 选定各结点变量并作出信号流图;
5. 以 $u_L(t)$ 为输出, 根据流图求系统函数 $H(s)$ 。



五、(20 分) 有一离散时间线性时不变系统 $T[\cdot]$, 其单位取样响应为 $h(n) = T[\delta(n)]$ 。

1. 请证明该系统输入序列为 $x(n)$ 时, 输出序列 $y(n) = T[x(n)] = x(n) * h(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)h(n-k)$;

2. 以上离散时间线性时不变系统的频率响应为 $H(e^{j\omega})$, 并且有 $H(e^{j\omega}) \Big|_{\omega=\frac{\pi}{4}} = H(e^{j\omega}) \Big|_{\omega=-\frac{\pi}{4}} = 0.5$, 求

当系统输入序列 $x(n) = \cos \frac{\pi n}{4}$ 时的输出序列 $y(n)$;

3. 如果有一离散时间线性时不变系统的系统函数为 $H(z) = \frac{z^{-1}(1 + \frac{49}{64}z^{-2})}{(1 - 0.9723z^{-1})(1 + 0.9513z^{-1})}$, 如果系统是稳定的因果系统, 试求该系统的零点、极点; 指明收敛域; 并且请说明该系统具有何种类型的滤波特性 (在低通、高通、带通、带阻中选择说明)。

六、(20 分) 已知序列 $x(n] = 4\delta(n) + 3\delta(n-1) + 2\delta(n-2) + \delta(n-3) - \delta(n-5) - 2\delta(n-6) - 3\delta(n-7)$ 。

1. 求 $x_1(n) = x((-n)]_8 R_8(n)$;

2. 求 $x_2(n) = \frac{1}{2}[x(n) + x_1^*(n)]$, $x_3(n) = \frac{1}{2}[x(n) - x_1^*(n)]$;

3. 记 $x(n)$ 的 8 点离散付里叶变换为 $X(k)$, $0 \leq k \leq 7$, 有

$$X(k) = \operatorname{Re}[X(k)] + j \operatorname{Im}[X(k)] = X_{ep}(k) + X_{op}(k)$$

其中 $X_{ep}(k)$, $0 \leq k \leq 7$ 为圆周共轭对称序列, $X_{op}(k)$, $0 \leq k \leq 7$ 为圆周共轭反对称序列, 试求 $X_{op}(k)$

与 $\operatorname{Re}[X(k)]$;

4. 求 $x(n)$ 的 8 点离散付里叶变换 $X(k)$ $0 \leq k \leq 7$ 。

五、(20分) 有一离散时间线性时不变系统 $T[\square]$, 其单位取样响应为 $h(n) = T[\delta(n)]$ 。

1. 请证明该系统输入序列为 $x(n)$ 时, 输出序列 $y(n) = T[x(n)] = x(n) * h(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)h(n-k)$;

2. 以上离散时间线性时不变系统的频率响应为 $H(e^{j\omega})$, 并且有 $H(e^{j\omega}) \Big|_{\omega=\frac{\pi}{4}} = H(e^{j\omega}) \Big|_{\omega=-\frac{\pi}{4}} = 0.5$, 求

当系统输入序列 $x(n) = \cos \frac{\pi n}{4}$ 时的输出序列 $y(n)$;

3. 如果有一离散时间线性时不变系统的系统函数为 $H(z) = \frac{z^{-1}(1 + \frac{49}{64}z^{-2})}{(1 - 0.9723z^{-1})(1 + 0.9513z^{-1})}$, 如果系统是稳定的因果系统, 试求该系统的零点、极点; 指明收敛域; 并且请说明该系统具有何种类型的滤波特性 (在低通、高通、带通、带阻中选择说明)。

六、(20分) 已知序列 $x(n] = 4\delta(n) + 3\delta(n-1) + 2\delta(n-2) + \delta(n-3) - \delta(n-5) - 2\delta(n-6) - 3\delta(n-7)$ 。

1. 求 $x_1(n) = x((-n)]_8 R_8(n)$;

2. 求 $x_2(n) = \frac{1}{2}[x(n) + x_1^*(n)]$, $x_3(n) = \frac{1}{2}[x(n) - x_1^*(n)]$;

3. 记 $x(n)$ 的 8 点离散付里叶变换为 $X(k)$, $0 \leq k \leq 7$, 有

$$X(k) = \text{Re}[X(k)] + j \text{Im}[X(k)] = X_{ep}(k) + X_{op}(k)$$

其中 $X_{ep}(k)$, $0 \leq k \leq 7$ 为圆周共轭对称序列, $X_{op}(k)$, $0 \leq k \leq 7$ 为圆周共轭反对称序列, 试求 $X_{op}(k)$

与 $\text{Re}[X(k)]$;

4. 求 $x(n)$ 的 8 点离散付里叶变换 $X(k)$ $0 \leq k \leq 7$ 。

七、(20分) 有一个离散时间线性时不变系统, 其单位取样响应为 $h(n) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k u(n-k) \cdot R_{10}(n)$ 。

1. 试求该系统的频率响应 $H(e^{j\omega})$, 如果记 $H(e^{j\omega}) = H(\omega)e^{j\theta(\omega)}$, 其中 $H(\omega)$ 为幅度函数, $\theta(\omega)$ 为相位函数, 请分别求出 $H(\omega)$ 和 $\theta(\omega)$;
2. 试求该系统的幅频响应 $|H(e^{j\omega})|$ 与相频响应 $\arg[H(e^{j\omega})]$, 并且作图表示 $|H(e^{j\omega})|$;
3. 请分别求 $\int_{-\pi}^{\pi} H(e^{j\omega}) d\omega$ 与 $\int_{-\pi}^{\pi} |H(e^{j\omega})|^2 d\omega$ 的值;
4. 说明该系统为何种类型的数字滤波器。(请在低通, 高通, 带通, 带阻四种滤波器类型中选择)。

