南京航空航天大学

2011 年硕士研究生入学考试初试试题（ A 卷 ）

科目代码: 821
科目名称: 信号系统与数字信号处理
满分: 150 分

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项；②所有答案必须写在答题纸上，写在本试题纸或草稿纸上均无效；③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回！

一、（每空 1 分，共 30 分）填空题

1. $\delta(t)$ 为单位冲激函数，$\varepsilon(t)$ 为单位阶跃函数，则 $\int_{-\infty}^{t} f(\tau)\delta\left(\frac{1}{2}\tau-1\right)d\tau=$___________；$\int_{-\infty}^{\infty}\varepsilon(2t-4)\varepsilon(6-2t)dt=$___________。

2. 已知某连续时间系统的输入输出关系为 $r(t)=|t|e(t)+\frac{de(t)}{dt}$，其中 $r(t)$ 为系统的响应，$e(t)$ 为系统的激励，试判断该系统是（线性、非线性）___________；（时变、时不变）___________；（因果、非因果）___________；（稳定、不稳定）___________。

3. 已知线性非时变连续时间系统的零输入响应为 $e^{-t}\cos\left(2t+\frac{\pi}{3}\right)\varepsilon(t)$，零状态响应为 $(1+e^{-2t}-e^{-t}\cos 2t+e^{-t}\sin 2t)\varepsilon(t)$。则该系统的自然响应为___________；受迫响应为___________；瞬态响应为___________；稳态响应为___________；系统的自然频率为___________。

4. 信号 $f(t)=Sa^2(\omega_0 t)$ 通过一个理想低通滤波器（其中 $Sa(\bullet)$ 为抽样函数，ω_0 为实常数），如果信号的幅度不产生失真，则理想低通滤波器的幅频特性 $|H(j\omega)|=$___________；如果信号产生一个 t_0 的延迟，则理想低通滤波器的相频特性 $\phi(\omega)=$___________。

5. 设 $r_\varepsilon(k)$ 是线性时不变离散时间系统的单位阶跃响应，如果系统是因果的，则 $r_\varepsilon(k)$ 应满足___________；如果系统稳定，则 $r_\varepsilon(k)$ 应满足___________；记 $R_\varepsilon(z)=\mathscr{Z}\left[r_\varepsilon(k)\right]$，如果系统是因果的，则 $R_\varepsilon(z)$ 的收敛域应满足___________；设 $H(z)$ 是该系统的系统函数，且已知 $H(1)\neq 0$，如果系统因果且稳定，则 $R_\varepsilon(z)$ 的收敛域应满足___________。

6. 已知离散时间因果系统的转移算子为$H(S)=\dfrac{S^2}{S^3-1.7S^2+0.8S-0.1}$，则系统的差分方程为

____________；系统函数$H(z)=$____________；该系统是否稳定____________？

7. 已知序列$x(n)=R_N(n)$，则其 Z 变换$X(z)=$____________；对应的收敛域为____________。

8. 对于序列$x(n)=\delta(n)$，其N点离散付里叶变换为频域序列$X(k)$，则$X(k)=$____________；再求频域序列$X(k)$的N点离散付里叶变换$x_1(n)$，则$x_1(n)=$____________。

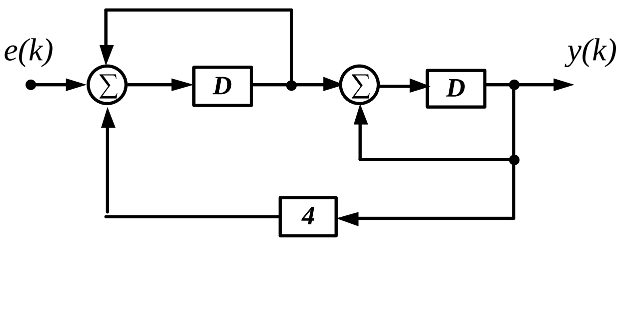
9. 如果线性相位FIR数字滤波器，其单位脉冲响应满足条件$h(n)=-h(N-1-n)$，并且N为奇数。则当$n=\dfrac{N-1}{2}$时，有$h(\dfrac{N-1}{2})=$____________；对应的系统频率响应$H(e^{j\omega})$可以表示为$H(e^{j\omega})=H(\omega)e^{j\theta(\omega)}$，则$\theta(\omega)=$____________。

10. 设$H_a(s)$为一低通模拟滤波器的单位脉冲响应，令$H(z)=H_a(s)\big|_{s=\frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}}$；则$H(z)$是一个____________数字滤波器的系统函数；如果令$H(z)=H_a(s)\big|_{s=\frac{2}{T}\frac{1-z^{-2}}{1+z^{-2}}}$，则$H(z)$是一个____________数字滤波器的系统函数。（请在低通，高通，带通，带阻四种滤波器类型中选择填空）。

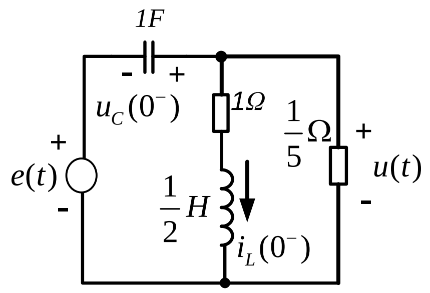
11. 如果线性时不变离散时间系统输入序列$x(n)$是均值为零，方差为$\sigma_x{}^2$的高斯白噪声过程，当它输入到一个单位取样响应为$h(n)$的线性时不变离散时间系统时，其输出序列为$y(n)$；则$E[x(n)\cdot y(n)]=$______；同时输出序列$y(n)$的方差$\sigma_y{}^2=$______。

二、（15 分）某因果线性非移变离散系统结构如图所示，其中 D 表示单位延时器，激励信号$e(k)=\dfrac{1}{2}\left(1+(-1)^k\right)\varepsilon(k)$。

1. 画出信号流图；
2. 根据流图求系统函数$H(z)$和单位函数向应$h(k)$；
3. 求系统的零状态响应。



三、（20 分）如图所示电路，电容初始电压为$u_C(0^-)$，电感初始电流为$i_L(0^-)$，激励为$e(t)$，响应为$u(t)$。



1. 求系统函数$H(s)$和单位冲激响应$h(t)$；
2. 画出 S 域运算等效电路；
3. 求$u(t)$的零输入响应；

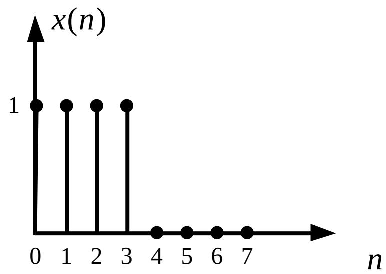
四、（25 分）已知周期信号 $f(t)=\sin\left(10t+\frac{\pi}{3}\right)+2\cos\left(12t+\frac{\pi}{6}\right)+\sin\left(14t+\frac{\pi}{4}\right)$，试求：

1. 该信号的公共周期T，基波频率Ω；
2. 三角傅里叶级数的系数a_n，b_n，以及指数傅里叶级数的系数$\dot{A}_n$；
3. 信号功率P；
4. 如果对该信号进行理想取样，求奈奎斯特（Nyquist）取样周期T_N；
5. 画出该信号的幅度谱和相位谱；
6. 分别画出以$\frac{\pi}{13}$和$\frac{\pi}{15}$为取样周期对 $f(t)$ 进行理想取样后的幅度谱。

五、（20 分）差分方程 $y(n)+ay(n-1)=x(n)+\frac{1}{a}x(n-1)$（$a$ 为实数）表示一线性时不变稳定的因果系统。

1. 求系统函数$H(z)$，指出系统函数$H(z)$的极点和零点分布，并指明收敛域；
2. 指出实数 a 的取值范围；
3. 求该系统的单位取样响应$h(n)$；
4. 证明该系统为一全通系统，即有$\left|H(e^{j\omega})\right|=$常数。

六、（20 分）已知序列 $x(n)$ 如图所示：



1. 求线性卷积 $f(n)=x(n)*x(n)$；
2. 求 8 点园周卷积 $f_1(n)=x(n)\otimes x(n)$；
3. 求线性卷积 $f_2(n)=x(n)*x((n+2))R_8(n)$
4. 求 8 点园周卷积 $f_3(n)=x(n)\otimes x((n+2))R_8(n)$；
5. 求 $f_1(n)$ 的 8 点离散傅立叶变换 $F_1(k)=DFT[f_1(n)]$ 。

七、（20 分）一个连续时间系统被称为积分器，即系统输出 $y_a(t)$ 对输入 $x_a(t)$ 的响应为

$$y_a(t)=\int_{-\infty}^{t}x_a(\tau)d\tau$$

积分器的传输函数为 $H(s)=\dfrac{1}{s}$。

1. 用冲激响应不变法设计一个离散时间积分器，求描述离散时间系统的输入 $x(n)$ 与输出 $y(n)$ 之间关系的差分方程，并求该离散时间系统的单位取样响应 $h(n)$；
2. 如果采样周期 $T=1$，对于以上离散时间系统，当输入序列 $x(n)=n^2u(n)$ 时，求该系统的输出序列 $y(n)$。