试题编号：436　　　试题名称：概率统计

注意：答题一律答在答题纸上，答在草稿纸或试卷上一律无效

一. 填空题(本题共 8 小题，每小题 4 分，满分 32 分)

(1) 一部五本头的文集,按任意次序放到书架上去,则第一卷及第五卷都不出现在旁边的概率为________.

(2)从区间(0,1)中随机地取两个数,则两数之积小于$\frac{1}{4}$,且两数之和小于 1.2 的概率为___.

(3) 设 P(A)+P(B)=0.9,　P(AB)=0.2, 则$P(\bar{A}B)+P(A\bar{B})=$_____.

(4) 掷 3 颗均匀的骰子，已知 3 颗骰子出现的点数都不一样，则含有 2 点的概率为 ___.

(5) 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为 n 个正的独立随机变量,它们服从相同的分布,概率密度函数为 $f(x)$,则有 $E\left(\frac{X_1+X_2+\ldots+X_k}{X_1+X_2+\ldots+X_n}\right)=$____$(k\leqslant n)$.

(6) 设总体 X 服从 N（μ，σ^2）μ 未知，（X_1,X_2,X_3,X_4）是总体 X 的一个样本，设 $\hat{\mu}_1=\frac{1}{3}X_1+\frac{2}{3}X_3$, $\hat{\mu}_2=\frac{1}{4}X_1+\frac{2}{3}X_3+\frac{1}{12}X_4$, $\hat{\mu}_3=\frac{3}{5}X_2+\frac{2}{5}X_4$, $\hat{\mu}_4=\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{3}X_3+\frac{1}{5}X_4$，则 $\hat{\mu}_1,\hat{\mu}_2,\hat{\mu}_3,\hat{\mu}_4$ 中________是μ的无偏估计，其中______是较有效的。

(7) 设总体 X 服从 N（μ，σ^2）（σ^2未知），（X_1，…,X_n）是总体 X 的一个样本，则μ的置信度为 1-α 的置信区间为_________，σ^2的置信度为 1-α 的区间估计为__________ 。

(8) 设（$X_1,X_2,\cdots,X_n$）是总体 N（1，5）的一个样本，$\bar{X}$，S^2分别为样本均值和样本方差，则$\frac{2(\bar{x}-1)}{s}$服从_______分布，$\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})^2$服从_______分布.

二. 选择题(本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分)

(1) 设 ke^{-x^2+x} 为连续型随机变量 X 的概率密度函数, 则 k=【　　】。

(A) $k=e^{\frac{1}{4}}$　　(B) $k=\frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-\frac{1}{4}}$　　(C) $k=\frac{1}{\sqrt{\pi}}$　　(D) $k=\frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{\frac{1}{4}}$

(2) 设总体 X 存在 1 到 4 阶矩 $\mu_k=E(X^k)$ ($1\leqslant k\leqslant 4$), $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本, 则当 n→∞ 时, $Y_n=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$ 依概率收敛于【　　】.

(A) X^2 (B) μ₁ (C) μ₂ (D) 以上都不对.

(3) 将一枚硬币独立地掷两次，引进事件 A_1={掷第一次出现正面}，A_2={掷第二次出现正面}，A_3={正、反面各出现一次}，A_4={正面出现两次}，则事件 【　　】

（A）A_1,A_2,A_3相互独立。（B）A_2,A_3,A_4相互独立。

（C）A_1,A_2,A_3两两独立。（D）A_2,A_3,A_4两两独立。

(4) 将一枚硬币重复掷 n 次，以 X 和 Y 分别表示正面向上和反面向上的次数，则 X 和 Y 的相关系数等于 【　　】

(A) -1； (B) 0； (C) $\frac{1}{2}$； (D) 1.

(5) 设$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ $X\sim N(\mu,\sigma^2)$的样本选取适当的常数,要使$\sum_{i=1}^{n-1}C(X_{i+1}-X_i)^2$是$\sigma^2$的无偏估计,则 C=【　　】。

（A）$C=2n-1$ （B）$C=\frac{1}{2(n-1)}$ （C） $C=2(n-1)$ （D）$C=\frac{1}{2n-1}$

(6) 设$X_1,X_2,\ldots,X_n$为来自总体$X\sim N(0,\lambda)$的样本，则统计量$\chi^2=\sum_{i=1}^{n}X_i^2$服从自由度为$n$的$\chi^2$分布，则$\lambda=$【　　】

（A） $\lambda=n$ （B） $\lambda=1$ （C） $\lambda=n^2$ （D）以上都不对。

三.(本题 8 分)

设一信号接收器在[0,1]时间上到达 n 个信号的概率为

$$p_n=\frac{\mu^n}{n!}e^{-\mu}\quad(\mu>0\text{常数})\quad n\in N_0=\{0,1,2,\cdots\}$$

一信号到达时，能被记录下来的概率是 0.4。设各信号到达时能否被记录相互独立，求该接收器在[0,1]上记录 k 个信号的概率，$k\in N_0$。

四.(本题 10 分)

甲乙两袋各装一只白球一只黑球,从两袋中各取出一球相交换放入另一袋中,这样进行若干次.以 p_n,q_n,r_n分别记在第 n 次交换后甲袋中将包含两只白球,一只白球一只黑球,两只黑球的概率.试导出p_{n+1},q_{n+1},r_{n+1}用p_n,q_n,r_n表出的关系式,利用它们求p_{n+1},q_{n+1},r_{n+1},并讨论当 n→∞ 时的情况.

五.（本题 8 分）

在通讯渠道中，可传送字符 AAAA,BBBB,CCCC 三者之一，假定传送这三者的概率分别为 0.3,0.4,0.3,由于通道噪声的干扰,正确接收到被传送字母的概率为 0.6,而接收到其他字母

您所下载的资料来源于 kaoyan.com 考研资料下载中心
获取更多考研资料，请访问 http://download.kaoyan.com

的概率为 0.2,假定前后字母是否被歪曲互不影响,若接收到的是 ABCA,问被传送的是 AAAA 的概率是多少?

六.(本题 8 分)

设随机变量 X 的概率密度函数为 $f_x(x)=\dfrac{1}{\pi(1+x^2)},-\infty<x<+\infty$,试求 Y=$\dfrac{1}{|X|}$ 的概率密度.

七.(本题 10 分)

若随机变量 ξ，η 相互独立,且都服从标准正态分布 N(0,1),设 $U=\xi^2+\eta^2, V=\dfrac{\xi}{\eta}$,

(1) 求随机变量 U 和 V 的联合概率密度函数;(2) 试问 U 与 V 是否相互独立?

八.(本题 8 分)

设（$x_1,x_2,\cdots\cdots x_n$）为总体 X 的一个样本，X 的密度函数为

$$f(x,\beta)=\begin{cases}(\beta+1)x^{\beta}, & 0<x<1 \\ 0, & 其它\end{cases} \quad (\beta>-1),$$

求参数 β 的矩估计和极大似然估计。

九.（本题 12 分）

某研究所为比较甲、乙两种作物产量的高低，现分别在 10 块条件相同的地块上试种，收获后测得：甲种作物产量的样本均值 $\bar{x}$=30.97，样本方差 $S_X^2=26.70$；乙种作物产量的样本均值 $\bar{y}$=21.79,样本方差 $S_Y^2=12.10$,假设这两种作物产量服从正态分布。

（1）试在显著性水平 α=0.01 下检验

（i）两总体方差相等（齐性）

（ii）两处作物产量是否有显著性差异

（2）两种作物产量均值差的 99%的置信区间。

($t_{0.005}(18)=2.8784, t_{0.01}(18)=2.5524, F_{0.005}(9,9)=6.54, F_{0.005}(10,10)=5.85$)

十.(本题 12 分)

为研究一游泳池水经化学处理后，水氯气的残留量 Y（ppm）与时间 x（自处理结束时算起，以 h 计）的关系，以下数据

时间 x	2	4	6	8	10	12
含氯量 Y	1.8	1.5	1.4	1.1	1.1	0.9

(1)求 y 对 x 的线性回归方程和 σ^2 的无偏估计;

(2)在 α=0.05 的水平下检验线性关系的显著性;

（$t_{0.025}$（4）=2.7764, $t_{0.025}(6)$=2.4469, $t_{0.05}(4)$=2.1318）

您所下载的资料来源于 kaoyan.com 考研资料下载中心
获取更多考研资料，请访问 http://download.kaoyan.com

十一.(本题 8 分)

已知 P(AB)=P(A)P(B), C⊃AB, $\bar{C} \supset \bar{A}\bar{B}$, 证明: P(AC)≥P(A)P(C)

十二.(本题 10 分)

若随机变量ξ, η相互独立, 且均服从正态分布 N(μ, σ²),

试证: $E[max(\xi,\eta)] = u + \frac{\sigma}{\sqrt{\pi}}$.

www.kaoyan.com
kaoyan.com 考研加油站
kaoyan.com 考研加油站

您所下载的资料来源于 kaoyan.com 考研资料下载中心
获取更多考研资料，请访问 http://download.kaoyan.com