

南京农业大学
2007 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

试题编号: 611 试题名称: 高等数学

注意: 答题一律答在答题纸上, 答在草稿纸或试卷上一律无效

一. 选择题: (每小题 4 分, 共 32 分)

1. 若 $x \rightarrow 0$ 时, $\cos x - e^x + x$ 是 $\sin^n x$ 的同阶无穷小, 则正整数 n 等于 ()

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

2. 设 $f(x), g(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上可导, 且 $f(x) < g(x)$ 恒成立, 则必有 ()

(A) $f(-x) > g(-x)$ (B) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) < \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$

(C) $f'(x) < g'(x)$ (D) $\int_1^2 f(t)dt < \int_1^2 g(t)dt$

3. 设 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上可微, 且当 $x \neq 0$ 时 $xf'(x) > 0$, 则 ()

(A) $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递增 (B) $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是上凹的

(C) $x=0$ 是 $f(x)$ 的极值点 (D) $x=0$ 是 $f(x)$ 的拐点

4. 下列广义积分中不收敛的是 ()

(A) $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x^2 \ln x} dx$ (B) $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \ln^2 x} dx$

(C) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{(1+x^2) \arctan x} dx$ (D) $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \ln x} dx$

5. 若 $A = \begin{pmatrix} k & 1 & 1 & 1 \\ 1 & k & 1 & 1 \\ 1 & 1 & k & 1 \\ 1 & 1 & 1 & k \end{pmatrix}$ 的秩为 3, 则 $k =$ ()

(A) 1 (B) -1 (C) -3 (D) 3

6. 齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + ax_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$ 有非零解的充要条件是 $a =$ ()

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 5

7. 设 $P(A) = 0.8$, $P(B) = 0.7$, $P(A|B) = 0.8$, 则下列结论中正确的是 ()

(A) A 与 B 相互独立 (B) A 与 B 互不相容

(C) $B \supset A$ (D) $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$

南京农业大学
2007 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

10. 设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ Ax^2, & 0 \leq x < 1 \\ Bx - \frac{1}{2}x^2 - 1, & 1 \leq x < 2 \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$, 则 $P\{-2 < X < 1.5\} = \underline{\hspace{2cm}}$.

三. 解答题 (共 78 分)

1. 已知 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln\left(1 + \frac{f(x)}{x}\right)}{e^x - 1} = 1$, 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2}$ (6 分)

2. 求积分: $\int x^3 \sqrt{4+x^2} dx$ (6 分)

3. 证明曲线 $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ 上任一点的切线所截两坐标轴的截距之和为常数. (8 分)

4. 设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续, $a < x_1 < x_2 < x_3 < b$, $f(x_1), f(x_2), f(x_3)$ 不全相等, 证明存在 $x_0 \in (x_1, x_3)$ 使得 $3f(x_0) = f(x_1) + f(x_2) + f(x_3)$. (10 分)

5. 计算二重积分 $\iint_D \frac{1}{(x^2 + y^2)^{3/2}} dx dy$, 其中 D 是由圆 $x^2 + y^2 = 1$, 直线 $y = x$ 及 $y = 1$ 围成的区域. (10 分)

6. 求矩阵 X , 使 $AX = 2X + B$, 其中 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. (8 分)

7. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$, 试问 A 与 B 是否相似? 若相似, 试给出相似变换矩

阵 P , 使得 $P^{-1}AP = B$. (10 分)

南京农业大学
2007 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

8. 某批产品优等品率为 80%，每个检验员对优等品做出正确判断的概率为 97%，而将非优等品判为优等品的概率为 2%。为了提高检验结果的可信程度，决定由 3 人组成检查组进行检验，3 个人中至少有 2 个检验员认为是优等品的产品方能被确认为优等品，假设各个检验员的判断是相互独立的，若某产品被检查组判断为优等品，问它确实是优等品的概率是多少？(10 分)

9. 设顾客在某银行的窗口等待服务的时间 T 是一个随机变量，且满足

$$P(T > t) = \begin{cases} \alpha e^{-\lambda t} + (1 - \alpha)e^{-\mu t}, & t \geq 0 \\ 1, & t < 0 \end{cases}$$

其中 $0 \leq \alpha \leq 1, \lambda > 0, \mu > 0$ 为常数，求随机变量 T 的期望和方差。 (10 分)