南京农业大学
2008 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

试题编号：611　　试题名称：高等数学

注意：答题一律答在答题纸上，答在草稿纸或试卷上一律无效

一．选择题（每小题 4 分，共 40 分）

1. 当 $x \to 0$ 时，下列各函数中不是无穷小量的是[　　]

(A) $e^{x^2}-1$　　(B) $\dfrac{\int_0^x \sin t dt}{x^2}$　　(C) $\sin(\cos x-1)$　　(D) $\dfrac{d}{dx}\left[(x^2-1)^2\right]$

2. 函数 $f(x)=\dfrac{x|x|}{(x-1)(x-2)}$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上有[　　]

（A）1 条垂直渐近线, 1 条水平渐近线　　（B） 1 条垂直渐近线, 2 条水平渐近线

（C）2 条垂直渐近线, 1 条水平渐近线　　（D）2 条垂直渐近线, 2 条水平渐近线

3. 设 $f(x)$ 在 $x=0$ 可导，且 $f\left(\dfrac{1}{n}\right)=\dfrac{3}{n}(n=1,2,\cdots)$，则 $f'(0)=$[　　]

（A） 0　　（B） 1　　（C） 2　　（D） 3

4. 设 $a>1$ 是常数，函数 $f(x)=\ln(ax)$，n 是正整数，则 $f^{(n)}(1)=$[　　]

（A） a^{-n}　　（B）$(-1)^{n-1}(n-1)!$　　（C）$(-1)^n a^{1-n}$　　（D）$(-1)^{n-1}(n-1)!a^{-(n-1)}$

5. 设 $I=\int_0^{\pi}\sin(\cos x)dx$，则[　　]

(A) $I=1$　　(B) $I<0$　　(C) $0<I<1$　　(D) $I=0$

6. 设连续函数 $y=f(x)$ 在 $[0, a]$ 内严格单调递增，且 $f(0)=0$, $f(a)=a$. 若 $g(x)$ 是 $f(x)$ 的反函数，则 $\int_0^a (f(x)+g(x))dx=$[　　]

（A） $f^2(a)+g^2(a)$　　（B）$f^2(a)$　　（C） $2\int_0^a f(x)dx$　　（D） $2\int_0^a g(x)dx$

7. 若 $\int_0^a f(x)dx=1$，区域 $D=\{(x,y)\,|\,0\le x\le a, 0\le y\le a\}$，则 $\iint\limits_D f(x)f(y)dxdy=$[　　]

（A） 0　　（B） a^2　　（C） 1　　（D） a

8.随机变量 X 与 Y 均服从正态分布 $X\sim N(\mu_1,\sigma_1^2), Y\sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$,且

$P\{|X-\mu_1|<\dfrac{1}{2}\}>P\{|Y-\mu_2|<\dfrac{1}{2}\}$，则[　　]

（A） $\sigma_1<\sigma_2$　　（B） $\sigma_1>\sigma_2$　　（C ） $\mu_1<\mu_2$　　（D） $\mu_1>\mu_2$

9.已知$P(A)=\frac{1}{4}$，$P(B|A)=\frac{1}{3}$，$P(A|B)=\frac{1}{2}$，则，$P(A\cup B)=$ [　　]

(A) $\frac{1}{3}$　　(B) $\frac{1}{6}$　　(C) $\frac{1}{12}$　　(D) $\frac{2}{3}$

10.设向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性无关，则下列向量组中，线性无关的是 [　　]

(A) $\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_3-\alpha_1$　　(B) $\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_1+2\alpha_2+\alpha_3$

(C) $\alpha_1,2\alpha_2+3\alpha_3,\alpha_1+3\alpha_3$　　(D) $\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3,2\alpha_1-3\alpha_2+22\alpha_3,3\alpha_1+5\alpha_2-5\alpha_3$

二．填空题（每小题 5分，共 30分）

1. 若$z=z(x,y)$是有方程$xe^y+ye^z+ze^x=0$确定的隐函数，则$dz=$____________.

2. 微分方程$xy'=\sqrt{y}(1+x)$的通解是________.

3. 从5双不同的鞋子中任意取4只，4只鞋子中至少有2只配成一双的概率等于________ .

4.设随机变量X服从参数为λ的指数分布，则$k=$________时，$P(k<X<2k)=\frac{1}{4}$.

5.已知向量组$\alpha_1=(1,2,-1,1),\alpha_2=(2,0,t,0),\alpha_3=(0,-4,5,-2)$的秩为2，则$t=$_________.

6.设$A=\begin{pmatrix}0&-1&0\\-1&0&0\\0&0&-1\end{pmatrix}$，$B=P^{-1}AP$，其中$P$为3阶可逆矩阵，则$B^{2008}-2A^3=$______.

三．计算题（每小题 8分，共 64分）

1. 计算极限$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin\left(\dfrac{\ln(1+x)}{x}-1\right)}{\sin x}$.

2. 过点$(p,\sin p)$作曲线 $y=\sin x$，$x\in(0,\pi)$的切线，设该曲线与切线及y轴所围成的面积为S_1，

曲线与直线 $x=p$ 及x轴所围成的面积为S_2，求$\lim\limits_{p\to0^+}\dfrac{S_2}{S_1+S_2}$.

3.设函数$f(x)$满足$\frac{d}{dx}f(e^{2x})=e^x$，且$f(1)=1$，求$f(x)$.

4.设D 是三角形区域$\{(x,y)\,|\,0\le x\le1,0\le y\le x\}$，计算

$$\iint_D e^{y^2}(x-y)d\sigma-\frac{1}{4}\int_0^1 e^{x^2}dx.$$

5.甲、乙、丙三人向同一飞机射击，设各人是否命中相互独立，他们的命中率分别为0.4、0.5、0.7。若只有一人射中飞机坠毁的概率为0.2，若二人同时射中飞机坠毁的概率为0.6，若三人同时射中，飞机一定坠毁；求飞机坠毁的概率.

6. 设随机变量X的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases}Ax^3e^{-x^2}, x\ge 0\\0, \quad x<0\end{cases}$

求（1）常数A; (2) 随机变量 $Y=\lambda X^2(\lambda>0)$ 的概率密度; (3)　E(X)及D(Y).

7.设有向量组

$\alpha_1=(1+a,1,1,1)^T,\alpha_2=(2,2+a,2,2)^T,\alpha_3=(3,3,3+a,3)^T$, $\alpha_4=(4,4,4,4+a)^T$，问 a 为何值时，$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性相关？当 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性相关时，求其一个极大线性无关组，并将其余向量用该极大线性无关组线性表示.

8.设矩阵 A 与 B 相似，且 $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\2 & 4 & -2\\-3 & -3 & b\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2 & 0 & 0\\0 & 2 & 0\\0 & 0 & a\end{pmatrix}$

（1）求 a,b 的值；

（2）求可逆矩阵 P，使 $P^{-1}AP=B$.

四．证明题（每小题8分，共 16分）

1. 设函数 $f(x)$ 满足条件 $f(x+y)=f(x)+f(y)$，且 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续，证明 $f(x)$ 在所有的点 x_0 处连续.

2. 设A、B、C为3个随机事件，证明 $P(AB)+P(AC)-P(BC)\le P(A)$.