南京农业大学
2009年攻读硕士学位研究生入学考试试题

试题编号:360　　试题名称：　高等数学

注意：答题一律答在答题纸上，答在草稿纸或试卷上一律无效

一．选择题（每小题 4分，共 40分）

1. 当$x\to 0$时，下列各函数中是x^2的同阶无穷小量的是[　　]

（A）e^x-1　　（B）$\dfrac{\int_0^x \sin t dt}{x^2}$　　（C）$\sin(\cos x-1)$　　（D）$\dfrac{d}{dx}\left[(x^2-1)^2\right]$

2. 函数$f(x)=\dfrac{|x|\arctan x}{x-1}$在$(-\infty,+\infty)$上有[　　]

（A） 1条垂直渐近线, 1条水平渐近线　　（B）1条垂直渐近线, 2条水平渐近线

（C）2条垂直渐近线, 1条水平渐近线　　（D）2条垂直渐近线, 2条水平渐近线

3. 设$f(x)$在x_0可导，则$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x_0+x)-f(x_0-x)}{2x}=$[　　]

（A） 0　　（B） $f'(x_0)$　　（C） $2f'(x_0)$　　（D） $\dfrac{1}{2}f'(x_0)$

4.下列各极限式中不正确的是[　　]

（A） $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+2x)}{x}=2$　　（B） $\lim\limits_{x\to\infty}\ln\left(1+e^{\frac{1}{x}}\right)=\ln 2$

（C） $\lim\limits_{x\to 0-}\left(e^{-|x|}+e^{\frac{1}{x}}\right)=1$　　（D） $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\ln(1-x)}{x}=1$

5. $\lim\limits_{n\to\infty}3n\int_0^{\frac{n+1}{n}}x^{2n-1}\sqrt{1+x^{2n}}dx=$[　　]

（A） $(1+e^2)^{\frac{3}{2}}-1$　　（B） $(1+e)^{\frac{3}{2}}-1$　　（C） $(1+e^{-2})^{\frac{3}{2}}-1$　　(D) $(1+e^{-1})^{\frac{3}{2}}-1$

6. 设x_0是函数$f(x)$的一个极小值点，那么一定有[　　]

（A） $f'(x_0)=0$　　（B） $f''(x_0)=0$

（C）在x_0的某邻域内$(x-x_0)(f(x)-f(x_0))\ge 0$

（D） 在x_0的某邻域内$(x-x_0)^2(f(x)-f(x_0))\ge 0$

7. 已知 $\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 xf(x)dx$，$D=\{(x,y)|x+y\le 1, x\ge 0, y\ge 0\}$，则二重积分 $\iint\limits_D f(x)dxdy =$ [ ]

（A） 0　　（B） 2　　（C） $\frac{1}{2}$　　（D） 1

8. 某人向同一目标独立重复射击，每次射击命中的概率为 $p(0<p<1)$，则此人第 4 次射击恰好第二次击中目标的概率为（ ）

（A） $3p(1-p)^2$　　（B） $6p(1-p)^2$　　（C） $3p^2(1-p)^2$　　（D） $6p^2(1-p)^2$

9. 已知 $P(A)=\frac{1}{4}, P(B|A)=\frac{1}{3}, P(A|B)=\frac{1}{2}$，则 $P(A\cup B)=$ [ ]

(A) $\frac{1}{3}$　　(B) $\frac{1}{6}$　　(C) $\frac{1}{12}$　　(D) $\frac{2}{3}$

10. 设 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 均为 n 维列向量，A 是 $m\times n$ 矩阵，下列选项正确的是 [ ]

(A) 若 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 线性无关，则 $A\alpha_1,A\alpha_2,\cdots,A\alpha_s$ 线性相关

(B) 若 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 线性相关，则 $A\alpha_1,A\alpha_2,\cdots,A\alpha_s$ 线性无关

(C) 若 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 线性相关，则 $A\alpha_1,A\alpha_2,\cdots,A\alpha_s$ 线性相关

(D) 若 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 线性无关，则 $A\alpha_1,A\alpha_2,\cdots,A\alpha_s$ 线性无关

二．填空题（每小题 5 分，共 30 分）

1. 若 $z=z(x,y)$ 是有方程 $e^z-2\sin z+\ln y=0$ 确定的隐函数，则 $\frac{\partial z}{\partial x}=$____________.

2. 微分方程 $y''-4y'+4y=e^x$ 的通解是____________.

3. 设随机变量 X 的数学期望 EX=μ,方差 DX=σ²，则由切比雪夫不等式，有 $P\{|X-\mu|\geqslant 3\sigma\}\leqslant$__________

4. $P(A)+P(B)=0.7, P(AB)=0.2$, 则 $P(\overline{A}B)+P(A\overline{B})=$____________.

5. 已知 $f'(x)=f^2(x)$，且 $f(0)=1$，则 $f^{(n)}(0)=$____________.

6. 行列式 $\begin{vmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 2 & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & & \cdots & \cdots \\ 0 & 2007 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 2008 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 2009 \end{vmatrix} =$ __________.

南京农业大学

2009年攻读硕士学位研究生入学考试试题

三．计算题（每小题 8分，共 64分）

1. 计算极限 $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\int_{x^2}^{1}(t-1)dt}{\ln\cos(x-1)}$.

2. 计算积分 $\int\dfrac{\sin x+\ln x+1}{x\ln x-\cos x}dx$.

3.在位于第一象限中椭圆弧 $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{18}=1\,(x\ge0,y\ge0)$ 上找一点，使该点处的切线与椭圆弧及两坐标轴所围成的平面图形的面积最小.

4.计算 $\iint\limits_D\left|y-x^2\right|dxdy$，其中 $D=\{(x,y)|0\le x\le1,0\le y\le1\}$.

5.为了防止意外，在矿井内同时设有两种警报系统A与B，每种系统单独使用时，其有效概率A为0.92，B为0.93，在A失灵条件下，B有效的概率为0.85.求（1）发生意外时，这两个警报系统至少有一个有效的概率；（2）B失灵条件下A有效的概率.

6. 设 X 的密度函数为 $f(x)=\dfrac{C}{e^x+e^{-x}},-\infty<x<+\infty$

求：（1）常数 C 和 X 的分布函数；

（2）$P(0\le X\le1)$ 及 $Y=e^{-|X|}$ 的分布函数.

7. 设有线性方程组 $\begin{cases}(\lambda-1)x_1+x_2+x_3=0\\x_1+(\lambda-1)x_2+x_3=3\\x_1+x_2+(\lambda-1)x_3=\lambda-2\end{cases}$，问 λ 为何值时，方程组

（1）有唯一解；（2）无解；（3）有无穷多解？并在有无穷多解时，求出它的通解.

8. 设矩阵 $A=\begin{bmatrix}1&0&1\\0&2&0\\1&0&1\end{bmatrix}$，矩阵 $B=(kE+A)^2$，其中 k 为实数，E 为单位矩阵，求对角矩阵 Λ，使 B 与 Λ 相似，并求 k 为何值时，B 为正定矩阵.

四．证明题（每小题8分，共 16分）

1. 设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导，且 $f(0)=f(1)=0$ 证明：存在 $\xi\in(0,1)$ 使 $f'(\xi)-2f(\xi)=0$.

2. 设 $A\in R^{m\times n}$，证明:秩$(A)=$秩$(A'A)$