机密

河海大学2000年攻读硕士学位研究生入学考试试题

名称：离散数学

1. （7分）设A是54的因子的集合，≤为整除关系，画出偏序集〈A，≤〉的哈斯图。A中有多少条最长的链？A中元素至少可以划分成多少个互不相交的反链？

2. （6分）设p是质数，证明p^m阶群中一定包含着一个p阶子群。

3. （6分）设论域D为有限集，求证

$(\forall x)A(x) \vee (\forall x)B(x) \Rightarrow (\forall x)(A(x) \vee B(x))$。

4. （10分）设集合$A \neq \varnothing$，在A^A上定义二元关系R如下：

$R=\{\langle f,g\rangle \mid f,g\in A^A \wedge \mathrm{ran} f=\mathrm{ran} g\}$，

① 证明R是A^A上的等价关系；

② 证明A^A/R与$P(A)-\{\varnothing\}$等势，其中$P(A)$是A的幂集。

5. （6分）证明在完全m叉树中，其外部通路长度总和E与内部通路长度总和I之间满足：$E=m(I+n)-I$，其中n为分枝点数。

6. （8分）下面结论哪一个是成立的？成立证明之，不成立说明原因。

①链是一个分配格；

②分配格是一个模格；

③模格是一个分配格。

7. （6分）求公式$(A\rightarrow(\neg B\downarrow\neg C))\wedge(\neg A\leftrightarrow(B\downarrow C))$主析取范式和主合取范式。

8. （6分）分析集合$A=\{1,2,3\}$上的下述关系具有哪些性质。

① 关系$S=\{\langle 1,1\rangle,\langle 2,2\rangle,\langle 3,3\rangle\}$；

② 关系$R=\{\langle 1,2\rangle,\langle 1,3\rangle,\langle 3,1\rangle\}$；

③ 空关系$\varnothing$。

9. （6分）叙述并证明图论的欧拉（Euler）定理。

10. （6分）证明具有有限个元素的整环是一个域。

11. （7 分）符号化下命题并推证其结论。

每个自然数不是偶数就是奇数。自然数是偶数当且仅当它能被 2 整除。并不是所有的自然数都能被 2 整除。所以有的自然数是奇数。

12. （7 分）设 Q 是有理数集合，X 是实变量集合，Q[X]是以 X 中元为变量的有理数系数的多项式集合。在 $A=Q[X]-Q$ 上定义二元关系 R 如下： 对于任意的 $f,g\in A, fRg\Leftrightarrow\exists q(q\in A\wedge g=qf)$.

证明 R 是拟序关系。

$R\cup I_A$是否为偏序关系？

$R\cup I_A$是否为全序关系？

13. （6 分）画出具有四个和五个结点的自补图。并证明一个自补图必有 4k 或 4k+1 个结点，其中 k 为大于 0 的整数。

14. （7 分）在一所公寓的许多房间里，具有偶数个门的每一个房间里，都有一个人。奇数个门的房间里没有人。一个门只能通向一条走道。如果这所公寓只有一个进口，则从外面来的小偷总可以走到一个没有人的房间。

15. （6 分）设〈G，*〉是一个独异点，且$|G|\geq 2$，则在 G 中不存在有左逆元的左零元。