download.kaoyan.com

机密★启用前　　秘密★启用后　　请务必将所有答案写在专用答题纸上

河海大学 2007 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目名称：离散数学　　（代码：424）

五、（本题满分 8 分）

一个人起初说"占据空间的，有质量的而且不断变化的叫做物质"；后来他改说"占据空间的有质量的叫做物质，而物质是不断变化的"，问他前后主张的差异在什么地方，试以命题公式形式进行分析。

六、（本题满分 10 分）

设 G 是连通的平面图，且每个面的次数至少为 $l(l\geq 3)$，证明 G 的边数 m 与顶点数 n 满足 $m\leq \frac{l}{l-2}(n-2)$。请进一步使用该结论讨论 K_5 和 $K_{3,3}$ 是否为平面图。

七、（本题满分 10 分）

设 $<G,*>$ 是群，H_1 和 H_2 是 G 的两个互不包含的子群，证明在 G 中存在元素既不属于 H_1，也不属于 H_2。

八、（本题满分 10 分）

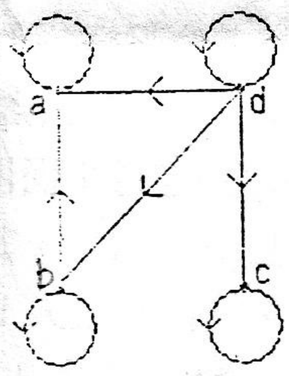
今有 n（$n\geq 3$）个人，已知他们中的任何两个人合起来认识其余 n-2 个人。证明：

（1）这 n 个人可以排成一行，使得除排头和排尾外，其余每个人均认识他两旁的人。

（2）当 $n\geq 4$ 时，这 n 个人可以排成一个圆圈，使得每个人均认识他两旁的人。

九、（本题满分 12 分）

设 $A=\{a,b,c,d\}$，R 为定义在 A 上的二元关系，其关系图如右图所示。



（1）证明 R 是偏序关系。

（2）画出偏序集 $<A,R>$ 的哈斯图。

（3）设 $B=\{b,c\}$，求 B 的上界集合 C 和上确界，下界集合 D 和下确界。

十、（本题满分 10 分）

使用谓词逻辑构造证明法构造下面推理的证明：每个喜欢步行的人都不喜欢骑自行车。每个人或者喜欢骑自行车或者喜欢乘汽车。有的人不喜欢乘汽车，所以有的人不喜欢步行。（个体域为人类集合）

十一、（本题满分 10 分）

设 $<B,\wedge,\vee,-,0,1>$ 是布尔代数，在 B 上定义一个二元运算 $\oplus$，满足对于 $\forall a,b\in B$，$a\oplus b=(a\wedge\bar{b})\vee(\bar{a}\wedge b)$。证明：$<B,\oplus>$ 是一个阿贝尔群。

十二、（本题满分 12 分）

设 $X\neq\varnothing$，S 为 X^X 上的关系，定义为 $<f,g>\in S\Leftrightarrow ran(f)=ran(g)$，其中 $ran(f)$、$ran(g)$ 分别表示 f、g 的值域。

证明：S 是 X^X 上的等价关系，且 $\Phi: X^X/S\to P(X)-\{\varnothing\}$ 为双射，其中 X^X/S 为 X^X 关于 S 的商集，$P(X)$ 为 X 的幂集。

download.kaoyan.com

机密★启用前　　秘密★启用后　　请务必将所有答案写在专用答题纸上

河海大学 2007 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目名称：离散数学　　（代码：424　）

一、判断题（本题共 20 小题，每小题 2 分，满分 40 分）

（答题要求：请用大写英文字母“T”表示正确，“F”表示错误）

（1）存在集合 A 和 B 使得 $A\subseteq B$ 与 $A\in B$ 同时成立。

（2）一个析取范式是矛盾式当且仅当它的每个简单析取式都是矛盾式。

（3）设 G 为无向图，若 G 中恰有 n 个结点，n-1 条边，则 G 必为一棵树。

（4）根据自然推理系统 P 的化简规则，有 $A\wedge B\rightarrow C\Rightarrow A\rightarrow C$。

（5）若二元关系 F 是函数，则 F^{-1} 也一定是函数。

（6）给定解释：个体域为实数集，$F(x,y)$: $x=y$，$G(x,y)$: $x<y$，

则公式 $\forall x\forall y(G(x,y)\rightarrow\neg F(x,y))$ 的真值为 1。

（7）设 A、B、C 是任意三个集合，如果 $A\in B$，$B\in C$，则 $A\in C$。

（8）谓词逻辑闭式在任意的解释下一定变成命题。

（9）若 R 是传递的，则 R 的对称闭包也是传递的。

（10）邻接矩阵每行之和均为偶数的无向图必为欧拉图。

（11）公式 $\exists x\forall yF(x,y)\rightarrow\forall y\exists xF(x,y)$ 为永真式。

（12）设 G 为有限群，则 G 中阶大于 2 的元素有偶数个。

（13）对于任意正确的推理，其命题逻辑的推理形式结构一定是重言蕴涵式。

（14）设 A、B 是任意两个集合，则有 $P(A)\cup P(B)=P(A\cup B)$，$P(A)\cap P(B)=P(A\cap B)$。

（15）在有 6 个顶点，12 条边的连通平面图中，每个面次数必为 3。

（16）设 G 为群，$x,y\in G$，且 $yxy^{-1}=x^2$，y 是 2 阶元，则 x 为单位元。

（17）完全 2 叉树的树叶数总比内点数大 1。

（18）若 $|A|=n$，$|B|=m$，且 $m,n>0$，则从 A 到 B 共可定义 n^m 个不同的函数。

（19）一个无向图能被两种颜色正常着色，当且仅当它不含有长度为奇数的回路。

（20）设*是 S 上二元运算，e 和 θ 分别为*运算的单位元和零元，

如果 S 至少有两个元素，则 $e\neq\theta$。

二、（本题满分 8 分）

求公式 $p\vee(q\wedge r)\vee s$ 的主合取范式与主析取范式。

三、（本题满分 10 分）

设 R、S 是定义在人的集合 A 上的关系，其中 $R=\{<x,y>|x,y\in A\wedge$ x 是 y 的父亲$\}$，$S=\{<x,y>|x,y\in A\wedge$ x 是 y 的母亲$\}$。

（1）分别求出 $R\cdot R$、$S^{-1}\cdot R$、$S\cdot R^{-1}$；

（2）分别用 R、S 的运算表示如下关系：

$\{<x,y>|x,y\in A\wedge y$ 是 x 的外祖母$\}$，$\{<x,y>|x,y\in A\wedge y$ 是 x 的祖母$\}$

四、（本题满分 10 分）

求 1~1000 中不能被 5、6 和 8 中任何一数整除的整数的个数。