2005 年苏州大学高等代数考研试题

1.（20 分）设 A,B 均为 n 阶方阵,A 中的所有元素均为 1,B 中的除元素为 1 外,其余元素均为 0.问 A,B 是否等价?是否合同?是否相似?为什么?

2.（20 分）设 A= $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 10 & -3 & 5 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ 。v 是的 A 最大的特征值。求 A 的属于 v 的特征子空间的基。

3.（20 分）设 f（x）是一个整系数多项式。证明：如果存在一个偶数 m 和一个奇数 n 使得 f（m）和 f（n）都是奇数，则 f（x）没有整数根。

4.（20 分）设 A 是一个 $2n\times 2n$ 的矩阵。证明：如果对于任意的 $2n\times 2$ 矩阵 B，矩阵方程 $AX=B$ 都有解，则 A 是可逆的。

5.（20 分）证明实系数线性方程组 AX=B 有解的充要条件是用它的常数项依次构成的列向量 B 与它所对应的齐次线性方程组 AX=0 的解空间正交。

6.（20 分）设 A，B 是 $n\times n$ 实对称矩阵，且 A+B=E, E 为单位矩阵。证明下列结论等价：

（1）AB=0, 0 为零矩阵

（2）秩(A)+秩(B)=n

7.（20 分）设 V 是复数域上的 n 维线性空间，q，p 是 V 上的两个可对角化的线性变换，且 qp=pq。证明：

（1）如果 k 是 q 的特征值，那么 V（k）是的不变子空间。

（2）存在一组基使得 q、p 在这组基下的矩阵都是对角矩阵。

8.（10 分）设 A，B，C 分别是 $m\times m, n\times n, m\times n$ 矩阵（m>n）,且 AC=CB,C 的秩为 r.

证明：A 和 B 至少有 r 个相同的特征值。

注意：7 题中 V(k)在原题中 k 为 V 的下标。