

考試科目 數學分析 和 初等代數 得分 _____

專 業: 計算機 軟件, 應用, 結構, 理論

一. (1) 兩個非無窮大量的積一定不是無窮大量,
結論對嗎? 請论证之.

(2) 不連續函數平方後是否仍為不連續函數?
請论证.

(3) 函數的導函數一定連續嗎? (否定的結論
要舉例說明.)

(4) 舉例說明一般項趨於零的級數不一定
收斂. (8 分)

二. 已知 $f_1(x) = x^2$; $f_2(x) = 2^x$;

$f_3(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$; $f_4(x) = x^3$;

如果將它們看作從實數集 R 中任取 x 和實數
集 R 中的 y 相對應的一種規則. 請觀察這些

函数表达的对立规则有什么共同的性质，
各又有什么不同的特点？ (8分)

三. (1) 估计定积分 $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x} dx$ 的取值范围.

(2) 已知 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\int_0^{ax} \frac{dt}{\sqrt{1+t^2}}} = 1$ 求 a

(3) 试用三种不同的积分顺序把三重积分 $\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz$ 化为直角坐标系中的累次积分，其中 V 由 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 及 $z = h (h > 0)$ 所围成.

(4) 判定 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^{\ln n}}$ 的敛散性

(5) 已知 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (a_n \geq 0)$ 收敛试证 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ 也收敛. (20分)

考试科目 数学分析和高等代数 得分

专 业: 计算机软件, 应用, 结构, 理论

四.

(1) 已知线性方程组 $AX=0$ (1)

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

若任何一个 n 维向量都是方程(1)的解向量,
证明这个方程组所有系数皆为0 ($A=0$).

(2) A, B 都是 n 阶正交矩阵, $|A| = -|B|$

试证明 $|A+B|=0$

(3) 已知

$$\alpha_1 = (1, 2, 1), \alpha_2 = (2, 3, 3), \alpha_3 = (3, 7, 1)$$

$$\beta_1 = (3, 1, 4), \beta_2 = (5, 2, 1), \beta_3 = (1, 1, -6)$$

是 V_3 空间的两组基底, 求向量 α 在这两组
基底下的坐标关系.

(18)

五. 求 $\frac{dy}{dx} = \frac{2x^3 + 3xy^2 - 7x}{3x^2y + 2y^3 - 8y}$ 的通解 (10)

六. $f(x)$ 在 (a, b) 内二次可微, $f''(x) \geq 0$

证明不等式 (12)

$$f(\lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2) \leq \lambda_1 f(x_1) + \lambda_2 f(x_2) \quad \text{或主}$$

其中 λ_1, λ_2 都是非负实数且 $\lambda_1 + \lambda_2 = 1$, $x_1, x_2 \in (a, b)$

七. 登 n 级台阶的楼台时, 只允许一步跨一级或二级台阶, 登上楼台的不同方法数目记为 X_n , 试求

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{X_n}{X_{n-1}} \quad (10)$$

八. 一张正方形四脚方凳, 四条腿一样长短, 放凳子地面何设是数字圈上的连续曲面. 下面是研究凳子能否平稳地 (四脚同时着地) 放在地面上, 设计的一种

南京大学1997年攻读硕士学位研究生入学考试试题(三小时)

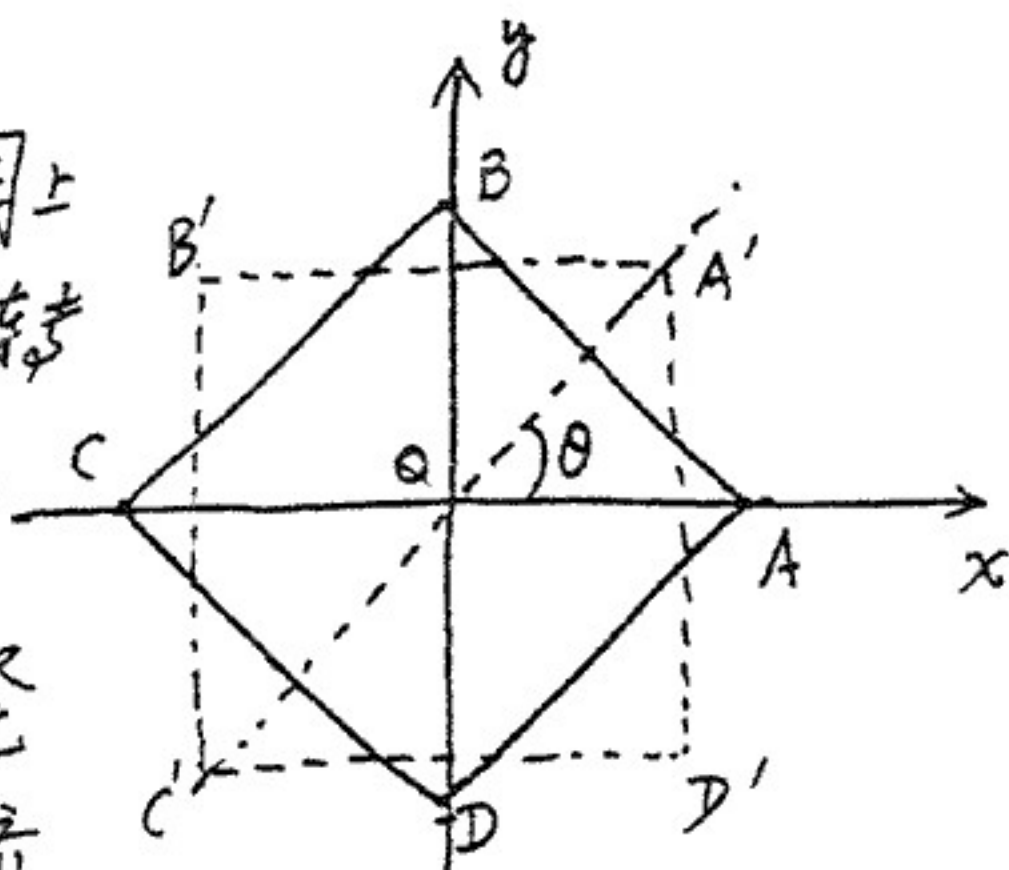
考试科目 数学分析和高等代数 得分

专 业: 计算机软件, 应用, 结构, 理论

数学模型思路:

设凳子的初始位置为图上
ABCD, 凳子沿中心O旋转
调整位置, 如图A'B'C'D',

以对角线AC和x轴的
夹角 θ 作为变量, 显然凳
脚离开地面的距离可看



作是 θ 的函数, 由于任何时候总有三只脚着地,
现设AC两脚离地面的距离之和为 $f(\theta)$, 开始时为
0, 即初始位置时A, C着地.

请继续将数学模型建至完整, 并借助建至
的数学模型证明在地面上总是可以放稳凳子的
(同时四脚着地).