

考試科目 1-333 數學物理方法二 得 分 專 業: 無線電物理、 聲學

說明:

- (1). 本試題共 8 題。其中第 1 至 6 題必做, 打“*”号的第 7、第 8 兩題中
任選一題。
- (2). 答案統一寫在答題紙上。如寫在試題紙上, 則作無效處理。

1. (14 分) 已知某解析函數 $f(z)$ 的實部為 $u(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2}$, 且
 $f(\infty) = 0$, 試求該解析函數。

2. (14 分) 求函數 $f(z) = \frac{1}{z^3(1-z)}$ 在下列區域上的冪級數展開。

(1) $0 < |z-1| < 1$, (2) $|z-1| > 1$, (3) $z_0 = \infty$ 的鄰域

3. (14 分) 利用留數定理計算定積分

$$I = \int_0^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx$$

4. (14 分) 求解定解问题

$$u_{tt} - a^2(u_{xx} + u_{yy}) = 0, \quad (0 \leq x \leq b, 0 \leq y < \infty)$$

$$u_x|_{x=0} = u_x|_{x=b} = 0,$$

$$u|_{y=0} = A \cos \frac{\pi x}{b} \cos \Omega t,$$

$$u|_{y \rightarrow \infty} = \text{有限值}.$$

5. (14 分) 长为 L 的均质细杆，一端固定，另一端自由，杆的初始位移为零，初速度为 $\sin \frac{3\pi x}{2L}$ ，试求解该杆的微小纵振动，并作图说明解的物理意义。

6. (15 分) 设一球体由两种均质材料构成。在区域 $0 \leq r < R_1$ 内材料的导热系数为 k_1 ，在区域 $R_1 < r \leq R_2$ 内材料的导热系数为 k_2 ，若球体表面温度保持为 $u|_{r=R_2} = A \cos \theta$ ，试求球体内的稳定温度分布。

考试科目 1-333 数学物理方法二 得分

专 业: 无线电物理, 声学

*7. (15 分) 在圆柱体区域内求解输运问题

$$u_t - a^2 \nabla^2 u = 0, \quad (0 \leq \rho \leq \rho_0, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, 0 \leq z \leq L)$$

$$u|_{\rho=\rho_0} = 0,$$

$$u_z|_{z=0} = 0, \quad u_z|_{z=L} = 0,$$

$$u|_{t=0} = u_0 + u_1 \rho^2 \cos \frac{2\pi z}{L}, \quad (u_0, u_1 \text{ 为常数})$$

*8. (15 分) 在圆柱坐标中求解下列问题的本征解

$$u_{tt} - a^2 \nabla^2 u = 0, \quad (R_1 \leq \rho \leq R_2, 0 \leq \varphi \leq \alpha, 0 \leq z \leq L)$$

$$u|_{\rho=R_1} = u|_{\rho=R_2} = 0,$$

$$u|_{\varphi=0} = u|_{\varphi=\alpha} = 0,$$

$$u|_{z=0} = u|_{z=L} = 0,$$