

南京大学 2004 年攻读硕士学位研究生入学考试试题 (三小时)

考试科目名称及代码 数学物理方法二, 333

适用专业: 声学, 无线电物理

电磁场与微波技术, 生物医学工程

注意:

1. 所有答案必须写在“研究生入学考试答题纸”上, 写在试卷和其他纸上无效;

2. 本科目 ~~允许~~ 不允许使用无字典存储和编程功能的计算器。

1. 求使函数 $f(z) = |x| + i|y|$ 解析的区域. (10 分)

2. 求函数 $f(z) = \frac{1}{\sin z}$ 的所有奇点和奇点处的留数. (15 分)

3. 求函数 $f(z) = \frac{1}{(z-2)(z-3)}$ 在环域 $2 < |z| < 3$ 中的 Laurant 展开. (15 分)

4. 求积分 $\int_0^{\infty} \frac{\sin 2x}{x(x^2+9)} dx$. (15 分)

5. 在广义函数意义下, 求函数 $f(t) = t$ ($-\infty < t < \infty$) 的 Fourier 变换, 并说明意义. (15 分)

6 求方波 $f(t) = \begin{cases} 1, & |t| < k \\ 0, & |t| > k \end{cases}$ 的 Fourier 积分. 由此验证 δ 函数的弱收敛公式

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{\pi} \frac{\sin k\omega}{\omega} = \delta(\omega). \quad (20 \text{ 分})$$

7 证明一维波动方程 Cauchy 问题

$$\frac{\partial^2 G(x, x', t)}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 G(x, x', t)}{\partial x^2}, \quad x, x' \in (-\infty, \infty), \quad t > 0$$

$$G|_{t=0} = 0; \quad G_t|_{t=0} = \delta(x - x')$$

的解为

$$G(x, x', t) = \begin{cases} \frac{1}{2a}; & |x - x'| \leq at \\ 0; & |x - x'| \geq at \end{cases}$$

并说明物理意义. (30 分)

8 一半径为 a 、高为 h 的导体圆柱体，电导率为 σ 。稳定电流 I 从上底中心垂流入而从下底中心流出，并且保持表面电势为 u_0 。求柱内电势分布。

提示：电流密度用 δ 函数表示为 $\frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=\pm h} = \frac{I}{2\pi\sigma} \frac{\delta(\rho - \varepsilon)}{\rho}, (\varepsilon \rightarrow 0)$ 。

(30 分)