

考试科目名称及代码 338 高等数学丙  
 适用专业: 气象学, 大气物理学与大气环境学

注意:

1. 所有答案必须写在“...研究生入学考试答题纸”上, 写在试卷和其他纸上无效;

2. 本科目允许/不允许使用无字典存储和编程功能的计算器。

一. 计算或证明 (计 25 分, 每小题各 5 分)

1. 设  $y = f(x)$  的定义域是  $[0, 1]$ , 问:

$f(x+a) + f(x-a)$  的定义域是什么, 其中  $a > 0$

2. 证明数列  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots$  的极限为 0.

3. 求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

4.  $x=0$  是函数  $y = \frac{2^{\frac{1}{x}} - 1}{2^{\frac{1}{x}} + 1}$  的哪一类间

断点: 这个断点是否可去的?

5. 求和,  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{n!} \left(\frac{1}{2}\right)^n$

## 二. 求导数 (15分)

$$1. y = \frac{1}{\arcsin x} \quad (5分)$$

$$2. \text{ 设 } y = \sin [f(x^2)], \text{ 其中 } f \text{ 具有 } n \text{ 阶导数,}$$

$$\text{求 } \frac{dy}{dx} \text{ 和 } \frac{d^2y}{dx^2} \quad (10分)$$

三. 当  $x_0 = -1$  时, 求函数  $y = \frac{1}{x}$  的  $n$  阶泰勒级数展开式. (10分)

## 四. 求积分 (30分)

$$1. \int \operatorname{tg}^4 x \, dx \quad (7分)$$

$$2. \int (\arcsin x)^2 \, dx \quad (7分)$$

3. 设  $a < b$ , 其中  $a, b$  为常数. 求

$$\int_a^b x |x| \, dx \quad (8分)$$

$$4. \int \frac{d\varphi}{\sqrt[4]{\sin^3 \varphi \cos^5 \varphi}} \quad (8分)$$



八. 判别级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{(-1)^{n-1}}{n + (-1)^{n-1}} \right|$  的敛散性, 如果收敛, 是绝对收敛, 还是条件收敛. (10分)

九. 解微分方程. (25分)

1.  $\frac{dy}{dx} = (4x + y + 1)^2$ , 求其通解.

2.  $x^2 y'' + x y' - y = x^2$  满足  $5y(1) = 3y'(1)$ , 且当  $x \rightarrow 0$  时,  $y$  有界, 求其特解.