

南京大学 2005 年攻读硕士学位研究生入学考试试题 (三小时)

考试科目名称及代码 量子力学 328

适用专业: 理论物理、凝聚态物理

注意:

1. 所有答案必须写在研究生入学考试答题纸上, 写在试卷和其他纸上无效;
2. 本科目 ~~允许~~ / 不允许使用无字典存储和编程功能的计算器。

一. 问答题:

1. 试述量子态的叠加原理. (5分)

讨论自由粒子的波函数是否一定是平面波? 为什么? (5分)

2. 为什么波函数 $\psi(\vec{x}, t)$ 必定是复数? (5分)

一维定态薛定谔方程的解 $\psi(x)$ 是否也必定是复数? (5分)

3. 以下的波函数是否代表同一个量子态, 并说明为什么:

(1) $\psi(\vec{x}, t)$ 和 $e^{i\phi} \psi(\vec{x}, t)$, 其中 ϕ 是实常数 (5分).

(2) $\psi(\vec{x}, t)$ 和 $e^{i\phi(\vec{x})} \psi(\vec{x}, t)$, 其中 $\phi(\vec{x})$ 是实函数 (5分).

4. 为什么力学量算符 \hat{A} 应是线性厄米算符? (10分)

5. 为什么全同粒子系的波函数对于粒子的交换应是对称或反对称的? (10分)

二. 质量为 m 的粒子在一维无穷深势阱中运动,

$$V(x) = \begin{cases} 0 & ; |x| < a \\ \infty & ; |x| > a \end{cases}$$

其中 a 为正实数. 试求解定态薛定谔方程 (20分)

三. 质量为 m 的粒子, 在一维势场中运动, 势能为:

$$V(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \mu \omega^2 x^2; & x > 0 \\ \infty & x < 0 \end{cases}, \text{其中 } x > 0 \text{ 区 } V(x) \text{ 为谐振子势}$$

能, 求解基态的能量和归一化波函数 (20分).

四. 设质子是半径为 R 的薄球壳, 其电荷 e 均匀分布在球壳表面上. 对于氢原子, 以电子所受势能偏离质子为点粒子模型时的值为微扰, 求氢原子第一激发态能量的一级修正 $E_2^{(1)}$ (积分式列出后不必计算). (20分)

五. 中子有内禀磁矩: $\vec{M}_s = -g \frac{e}{Mc} \vec{S}$, 其中 $g = 1.9$, M 为中子质量. 当自旋在 z 方向向上极化的中子束, 沿 x 轴作一维运动时, 在 $x < 0$ 区没有磁场而在 $x > 0$ 区域存在恒定磁场 \vec{B} , 其方向沿 z 方向. 若能量 $E > g \frac{e\hbar B}{2Mc}$, 求解中子的一维散射运动. (20分)

六. 求两个关在一维无穷深势阱

$$V(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < a \\ \infty & x < 0, x > a \end{cases} \quad (a \text{ 为正常数})$$

中, 並以接触势 $U(x_1, x_2) = d\delta(x_1 - x_2)$ ($d \ll 1$) 相互作用的
全同中子系统的零级近似归一化波函数 (考虑自旋态);
並以接触势为微扰, 求准到 d 的一次方的基态能量.
(20分).