2011 年上海海事大学攻读硕士学位研究生入学考试试题

（重要提示：答案必须做在答题纸上，做在试题上不给分）

考试科目：809 运筹学

一、判断下列说法是否正确，为什么？

1 如线性规划的原问题存在可行解，则其对偶问题也一定存在可行解；（10 分）

2 如线性规划的原问题无可行解，则其对偶问题也一定无可行解；（10 分）

3 如线性规划的原问题和对偶问题都具有可行解，则原问题和对偶问题一定具有有限最优解；（10 分）

4 已知线性规划问题 max $z=CX, AX\leq b, X\geq 0$。若 $\widetilde{X}$ 是它的一个基本解，$\widetilde{Y}$ 是其对偶问题的基本解，则恒有 $C\widetilde{X}\leq \widetilde{Y}^T b$。（10 分）

二、计算题

1（20 分） 将下列线性规划问题变换为标准形式：

(1) （5 分） $\min \quad z=2x_1+3x_2+5x_3$

约束于

$$
\begin{aligned}
&x_1+x_2-x_3\geq -5\\
&-6x_1+7x_2-9x_3=15\\
&|19x_1+7x_2+5x_3|\leq 13\\
&x_1,x_2\geq 0\\
&x_3\text{无正负号限制}
\end{aligned}
$$

(2).（5 分） $\max \quad z=x_1-3x_2$

约束于

$$
\begin{aligned}
&-x_1+2x_2\leq 5\\
&x_1+3x_2=10\\
&x_1,x_2\text{无正负号限制}
\end{aligned}
$$

(3)(5 分)min　$z=-3x_1+4x_2-2x_3+5x_4$

$$\begin{cases} 4x_1-x_2+2x_3-x_4=-12 \\ x_1+x_2+3x_3-x_4\le 14 \\ -2x_1+3x_2-3x_3+2x_4\ge 2 \\ x_1,x_2,x_3\ge 0, x_4\text{无约束} \end{cases}$$

(4)(5 分)　max　$z=2x_1-x_2+2x_3$

$$\begin{cases} -x_1+x_2+x_3=4 \\ -x_1+x_2-x_3\le 6 \\ x_1\le 0, x_2\ge 0, x_3\text{无约束} \end{cases}$$

2　(10 分)某钢筋车间制作一批钢筋(直径相同),长度为 3 米的 90 根,长度为 4 米的 60 根。已知所用的下料钢筋长度为每根 10 米,问怎样下料最省?
建立此问题的线性规划模型。

3(15 分)设有问题 $\max x_0=CX$,约束于 $X\ge 0, AX\ge 0$。它有 N 个基本可行解 $(x_1^{(1)},x_2^{(1)},\cdots,x_n^{(1)}),\cdots$ $(x_1^{(N)},x_2^{(N)},\cdots,x_n^{(N)})$。这些解的加权平均值为 $x_j=\sum_{k=1}^{N}\alpha_k x_j^{(k)}$, $j=1,2,\cdots,n$, $\alpha_k\ge 0$ $\sum_{k=1}^{N}\alpha_k=1$

求证:这 N 个基本可行解的任何加权平均值必定是一个可行解。

4 (15 分)已知线性规划问题

$$Z^*=\max\left\{\sum_{j=1}^{n}c_jx_j\right\}$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j\le b_i(i=1,\cdots,m) \\ x_j\ge 0(j=1,\cdots,n) \end{cases}$$

若($y_1^*,y_2^*,\ldots,y_m^*$)为其对偶问题的最优解。又有另一线性规划问题

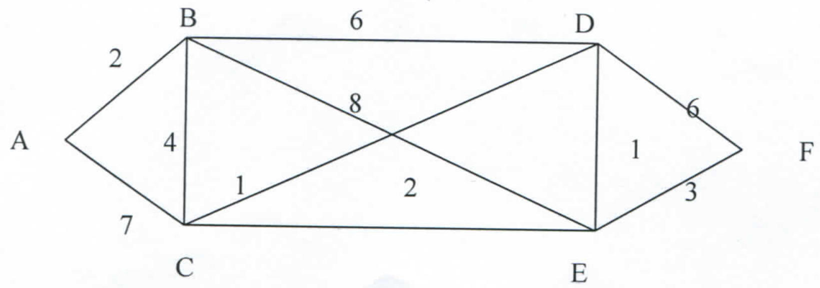
$$Z^{**}=\max\left\{\sum_{j=1}^{n}c_jx_j\right\}$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j\le b_i+k_i(i=1,\cdots,m) \\ x_j\ge 0(j=1,\cdots,n) \end{cases}$$

其中 k_i 为某一已知常数,求证:

$$Z^{**} \le Z^* + \sum_{i=1}^{m} k_i y_i^*$$

5（15 分）已知有六个村子，相互间道路如下图所示。拟合建一所小学，已知 A 处有小学生 50 人，B 处 40 人，C 处 60 人，D 处 20 人，E 处 70 人，F 处 90 人，问小学应建在哪一个村子，使学生上学最方便（走的总路程最短）。



6（15 分） 某水果店以每单位 0.36 元的价格购进每筐 100 单位的香蕉，第一天以每单位 0.60 元的价格出售，由于香蕉是易腐水果，故第一天卖不完的香蕉只能以平均每单位 0.24 元的处理价出售，每天香蕉的需求量（以筐为单位）是 1、2、3、4、5 和 6 中的某一个，但需求量的分布未知。为获得最大利润，水果店应每日进货多少筐香蕉？

（1） 写出该店每日进货问题的损益矩阵。

（2） 分别用非确定型决策的四种方法求解：

（a）等可能性法；

（b）最小最大化法

（c）后悔值法；

（d）乐观系数法（分别取$\alpha = 0.3$及$\alpha = 05$）

7（20 分） 某仓储公司打算投资新建一个巨型仓库，主管部门有两个方案可供选择：一个方案是一开始就建 5 万m^2的仓库，另一种方案是先建 2 万m^2，三年后再决定是否再扩建 3 万m^2。估计头三年需求高的概率是 0.6，需求低的概率是 0.4，若头三年需求高，则后七年需求高的概率是 0.8；若头三年需求低，则后七年需求高的概率是 0.3,一次投资的投资费用为 50 元/m^2，分两次投资则为 55 元/m^2。建成后投入使用，5 万m^2仓库在需求高时每年可获利 120 万元，需求低时只能获利 20 万元，而 2 万m^2仓库，在需求高时每年获利 45 万元，需求低时每年仍可获利 40 万元，仓储公司要考虑 10 年内的投资效果。

（1） 试用多级决策树法求解最优策略。

（2） 假如把前三年需求高的概率改为 0.3，则最优策略是什么？

（3） 求出转折概率（前三年需求高的概率）。