

上海师范大学 2003 年硕士研究生入学考试试题

专业 070201 理论物理

考试科目 446 数学物理方法

一、将下述函数在指定区域展开成罗朗级数 (40)

1、在 $z_0=1$ 的邻域上把函数 $f(z) = \frac{1}{(z-1)(z-2)}$ 展开。2、将 $\frac{1}{1-z^2}$ 在环域 $1 < |z| < \infty$ 内展开。3、将 $e^{\frac{1}{z}}$ 在 $|z| > 0$ 内展开。4、将 $\frac{1}{z(z+1)}$ 在区域 $1 < |z-i| < \sqrt{2}$ 内展开。

二、计算积分 (40)

1、
$$I = \int_{1+i}^{2+4i} z^2 dz$$

2、
$$I = \int_0^{2\pi} \frac{dx}{1 + \mu \cos x} \quad (0 < \mu < 1)$$

3、
$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$$

4、
$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin \pi x}{(x^2+1)^2} dx$$

三、长为 l 的杆，上端固定在电梯天花板，杆身竖直，下端自由、电梯下降，当速度为 v_0 时突然停止，求解杆的振动。(30)

$$\begin{cases} u_{tt} - a^2 u_{xx} = 0 & (0 \leq x \leq l) \\ u|_{x=0} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=l} = 0 \\ u|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=0} = v_0 \end{cases}$$

四、求解细杆导热问题。杆长为 ℓ ，初始温度均匀为 u_0 ，两端保持温度为 u_1 和 u_2 。 (20)

五、求在匀强电场 \vec{E}_0 中放置导体球后的静电场。 (20)