

上海师范大学 2004 年硕士研究生入学考试试题

专业名称 天体物理 (070401)

考试科目 数学物理方法 (450)

(注意: 答案必须写在统一印制的答题纸上, 否则不给分)

一、用留数定理计算积分 (35 分)

1、 $I = \oint_l \frac{z}{(z-1)(z-2)^2} dz, l: |z-2| = \frac{1}{2}$

2、 $I = \int_0^{2\pi} \frac{dt}{1-a \cos t} \quad (0 < a < 1)$

3、 $I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dt}{1+t^2}$

4、 $\int_0^{2\pi} \cos^{2n} t dt$

二、将下述函数在指定区域展开 (40 分)

1、在 $3 < |z| < 4$ 的邻域展开 $f(z) = \frac{1}{(z-3)(z-4)}$

2、在 $z_0 = 1$ 的邻域上把函数 $f(z) = \frac{1}{(z-1)(z-2)}$ 展开

3、将 $\frac{1}{1-z^2}$ 在环域 $1 < |z| < \infty$ 内展开

4、将 e^{z+z^2} 在 $z=0$ 的邻域内展开幂级数, 写出其前 5 项

5、将 $\frac{1}{z(z+1)}$ 在区域 $1 < |z-i| < \sqrt{2}$ 内展开

三、求解圆域的 Dirichlet 问题 (25 分)

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} = 0 \\ u|_{\rho=a} = A + B \sin \varphi \end{cases}$$

四、求解杆的振动问题（25 分）

$$\begin{cases} u_{tt} - a^2 u_{xx} = 0 & (0 \leq x \leq l) \\ u|_{x=0} = 0 & u_x|_{x=l} = 0 \\ u|_{t=0} = 0 & u_t|_{t=0} = v_0 \end{cases}$$

五、求解细杆导热问题。杆长为 l ，初始温度均匀为 u_0 ，两端保持温度为 u_1 和 u_2 （25 分）

$$\begin{cases} u_t - a^2 u_{xx} = 0 & (0 \leq x \leq l) \\ u|_{x=0} = u_1 & u|_{x=l} = u_2 \\ u|_{t=0} = u_0 \end{cases}$$