712

2004 年上海理工大学硕士研究生入学考试试题

考试科目：高等数学基础　准考证号：______　得分：______

一、选择填空(本题共 5 小题，每小题 5 分， 满分 25 分)

1. 设函数 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sin ax}{x} & x<0 \\ b & x=0 \\ (1+cx)^{\frac{1}{x}} & x>0 \end{cases}$ 连续，则常数 a,b,c 的关系为……… (　);

   A) $a=b=c$,　B) $a=b=\dfrac{1}{c}$,　C) $a=b=e^{c}$,　D) $\dfrac{1}{a}=b=e^{c}$.

2. 设函数 $f(x)=a\sin x+\dfrac{1}{4}\sin 4x$ 在 $x=\dfrac{\pi}{4}$ 处有极值，则下列正确的是…….. (　);

   A) $a=\sqrt{2}$，且 $f(\dfrac{\pi}{4})$为极小值，　B) $a=\sqrt{2}$，且 $f(\dfrac{\pi}{4})$为极大值，

   C) $a=0$，且 $f(\dfrac{\pi}{4})$为极小值，　D) $a=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，且 $f(\dfrac{\pi}{4})$为极大值.

3. 由曲线 $y^2=2x$ 与直线 $y=x-4$ 所围成的平面图形的面积用定积分表示为… (　);

   A) $\int_0^8[\sqrt{2x}-(x-4)]dx$,　B) $\int_0^4[(x-4)-\sqrt{2x}]dx$,

   C) $\int_{-2}^4[(y+4)-\dfrac{1}{2}y^2]dy$,　D) $\int_2^8[(y+4)-\dfrac{1}{2}y^2]dy$.

4. 设 $F(x)$为已知函数,且 $F'(x)=f(x)$，若 $a\neq0$，则不定积分 $\int f(ax+b)dx$ 等于.(　);

   A) $F(ax+b)+C$　　B) $aF(ax+b)+C$,

   C) $F''(ax+b)+C$,　　D) $\dfrac{1}{a}F(ax+b)+C$,.

5. 已知 $f(x)$为连续函数，则与积分 $\int_a^b f(x-2)dx$ 相等的是…………… (　).

   A) $\int_{a-2}^{b-2}f(x)dx$,　　B) $\int_a^b f(x)d(x-2)$,

   C) $\int_a^b f(x)dx$,　　D) $\int_{a+2}^{b+2}f(x)dx$.

二、解答下列各题(本题共 5 小题，每小题 6 分， 满分 30 分)

1. 求极限 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+\sin 3x}{2x^2+\cos 2x}$；

2. 求数列极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{\sqrt{n^2+1}}+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+2}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+n}}\right)$；

3. 求函数 $\begin{cases} x=2e^{t} \\ y=e^{-t} \end{cases}$ 在 t=0 相应点处的切线方程；

4. 设 $y=\sqrt[x]{x}+x\ln x$，求微分 dy;

5. 设函数 $y=y(x)$由方程 $e^y+xy=e$ 所确定，求 $y''(0)$.

三、计算下列各题(本题共 5 小题，每小题 8 分， 满分 40 分)

1. 计算不定积分 $\int\dfrac{x+\sin x}{1+\cos x}dx$；

2. 计算定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{x\sin x}{\cos^3 x}dx$；

3. 计算广义积分 $\int_e^{+\infty}\dfrac{dx}{x(1+\ln^2 x)}$；

4. 设 $a, b\neq 0$，计算定积分 $\int_0^1 e^{ax}\sin bx dx$；

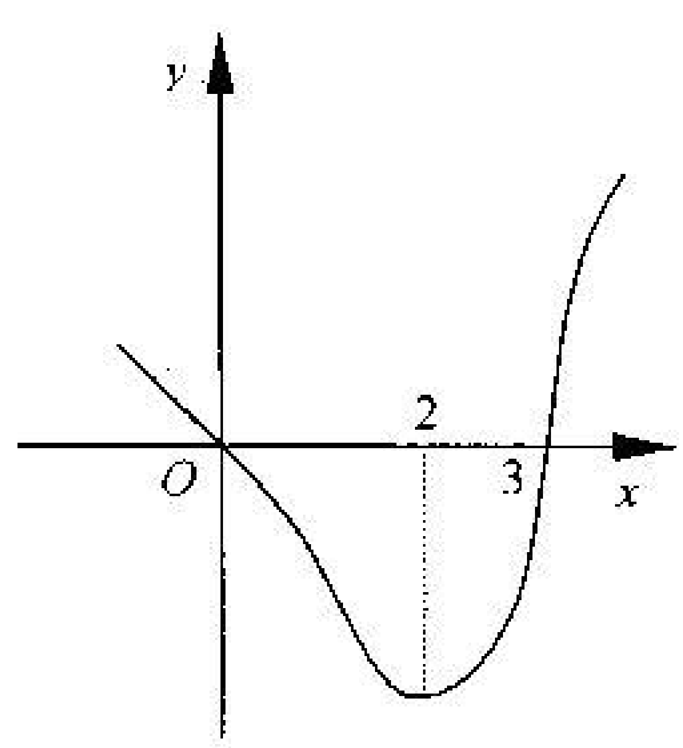
5. 设 $f'(x-1)=\ln x$，且 $f(0)=1$. 求 $f(x)$.

四、(本题满分 10 分)

确定数列$\left\{\dfrac{\sqrt{n}}{n+10}\right\}$中值最大的项是第几项.

五、(本题满分 12 分)

设函数 $y=f(x)$可导，其曲线如右图所示，试讨论函数 $y=\int_0^x f(t)dt$ 的单调性，极值及其曲线的凹凸性与拐点，并画出其示意图.



六、(本题满分 12 分)

设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}\sin x & 0\le x\le \pi\\ 0 & x<0\text{或}x>\pi\end{cases}$ ，求 $F(x)=\int_0^x f(t)dt$ 在$(-\infty,+\infty)$上的表达式.

七、(本题满分 10 分)

设函数$f(x)$在 $x=0$ 处可导,$f'(0)=1$，且对任意x_1, x_2有$f(x_1+x_2)=f(x_1)f(x_2)$. 证明$f'(x)=f(x)$.

八、(本题满分 11 分)

设极限$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x^2}=2, f(0)=0$ ，问$f(x)$在 $x=0$ 处

1. 是否连续?
2. 是否可导?
3. 是否取得极值?