页共

华东理工大学一九九九年研究生（硕士、~~博士~~）入学考试试题

（试题附在考卷内交回）

号码及名称：462 - 量子力学

意！ 下列第 1-7 题为必做题，第 8 、第 9 题为选择题。

每位考生共做八题。

1. 一质量为 m 的粒子在一维无限势阱中，$0 \le x \le a$，

其归一化波函数为

$$\psi(x)=\sqrt{\frac{8}{5a}}\left(1+\cos\frac{\pi x}{a}\right)\sin\frac{\pi x}{a}$$

求体系的平均能量。

(10 分)

2. 有一个元自旋粒子，波函数

$$\psi = K(x+y+2z)e^{-\alpha r}$$

其中 K 、 α 是常数，$r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ 。求：(1) 粒子的总角动量；

(2) 角动量 z 分量的期望值。

(12 分)

3. 求下列算符的本征值和本征函数：

(1) $\begin{pmatrix}3 & 2\\ 2 & 0\end{pmatrix}$ ； (2) $-\dfrac{d^2}{dx^2}$ ；已知 x=0,1 时 $\psi(x)=0$。

(12 分)

4. 若算符 A 的本征方程为: $A|n\rangle = a_n|n\rangle$, 试证明 A 的算符函数 F(A)在 A 表象中是对角的, 即:

$$F(A)|n\rangle = F(a_n)|n\rangle$$

(12 分)

5. 设$\psi(\bar{x})$是任意波函数, 宇称算符π的定义是: $\pi\psi(\bar{x}) = \psi(-\bar{x})$

(1) 试证明: π即是厄密算符又是幺正算符;

(2) 如果哈密顿算符 H 满足条件: $H(\bar{x},\bar{p}) = H(-\bar{x},-\bar{p})$, 证明π是守衡量。

(13 分)

6. 实际氦原子的基态当然是非简并的。但是, 考虑一假想的氦原子, 其中两个带负电的, 自旋为 1 的全同粒子代替了原来的两个电子。对这种假想的氦原子, 问其基态的简并度是多少? 给出你的理由（忽略与自旋有关的作用）。

(13 分)

7. 在势$V(x)$中作一维运动的粒子, 其运动决定于哈密顿量

$H_0 = \dfrac{p^2}{2m} + V(x)$, 其中 $p = -i\hbar\dfrac{d}{dx}$ 为动量算子。设 $E_n^{(0)}$, n=1,2, · · · 为H_0 的本征值, 现在考虑哈密顿量 $H = H_0 + \dfrac{\lambda}{m}p$, λ为参数。给

华东理

考试科目号码

定

8. (选

果粒

态

(1)

(2)

(公

9. (选

原来

的时

间经

华东理工大学一九九九年研究生（硕士、博士）入学考试试题

（试题附在考卷内交回）

考试科目号码及名称：462 量子力学

定 λ、m 和 $E_n^{(0)}$，求 H 的本征值。

（14 分）

8. （选择题）粒子的轨道角动量 L^2 和 L_z 的共同本征态为 $|l,m\rangle$。如果粒子处于 $|\psi\rangle=\frac{1}{\sqrt{7}}|1,\ 1\rangle+\frac{1}{\sqrt{7}}|1,\ -1\rangle+\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}|0,\ 0\rangle$ 所描写的状态，求：

(1) 同时测量 L^2 和 L_z 的可能值与相应几率；

(2) 同时测量 L^2 和 L_x 的可能值与相应几率。

（公式：$L_\pm|l,m\rangle=\hbar\sqrt{l(l+1)-m(m\pm1)}\,|l,m\pm1\rangle$）

（14 分）

9. （选择题）已知中子的自旋磁矩为 $\mu\vec{\sigma}$，其中 $\vec{\sigma}$ 为泡利矩阵

$$\sigma_x=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\quad \sigma_y=\begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix},\quad \sigma_z=\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}$$

原来中子处于一个沿着+z 方向的均匀磁场 B 中，今在 t=0 到 t=T 的时间中加上一个沿+y 方向的弱磁场 B′。已知 t=0 时中子的 $s_z=\frac{\hbar}{2}$，问经过 T 时刻后测得中子的 $s_z=-\frac{\hbar}{2}$ 的几率是多少？

（14 分）