

华东理工大学二〇〇〇年研究生(硕士、博士)入学考试试题

(试题附在考卷内交回)

考试科目号码及名称: 462 量子力学

第 / 页 共 / 页

一. 选择题 (36%)

1. 设力学量 A 和 B 的对易关系是 $[A, B]=0$, 下述命题那些是正确的? []
 A. A 和 B 必定是常数; B. A 和 B 的本征值必定相同;
 C. A 和 B 的本征值必定不相同 D. A 和 B 有共同本征波函数;
2. 测不准关系的存在是由于 []
 A. 实验仪器精度的限制 B. 测量技术的限制
 C. 反映了波粒二象性 D. 不能分别测准粒子的坐标和相对应的动量
3. 关于表象间的变换矩阵如下说法中那些是不正确的? []
 A. 表象间的变换矩阵一定是么正矩阵 B. 么正变换不改变算符本征值
 C. 么正变换不改变矢量的归一化 D. 么正变换改变矩阵的迹
4. 若 A, B 为厄密算符, 则下列各算符中必为厄密算符的是 []
 A. $i(AB+BA)/2$ B. $cB/2$ (c 是任一复数)
 C. $A+B$ D. AB
5. 在一维自由粒子的能量本征态中 []
 A. 能量本征值是连续的 B. 能级是非简并的
 C. 能量、动量、位置坐标都是守恒量 D. 能量本征值取大于零的一切实数
6. 若粒子处于状态 $\psi(r, \theta, \phi) = f(r) \sin^3 \theta e^{3i\phi}$ 则 []
 A. ψ 是 L^2 和 L_x 的共同本征态 B. ψ 是 L^2 和 L_y 的共同本征态
 C. ψ 是 L^2 和 L_z 的共同本征态 D. ψ 仅为 L^2 的本征态

二. 证明题(24%)

1. 粒子在一维势场 $V(x)$ 中运动, 证明属于不同能级的束缚态波函数互相正交。
2. 设 A 为么正算符, 证明 A 必可分解成 $A=F+iG$, 其中 F, G 为厄密算符, 并满足 $F^2+G^2=1, [F, G]=0$.

三. 计算题 (40%)

1. 某分子有三个相同的原子构成, 三个原子位于正三角形顶点, 分别记为 u, v, w . 有一个价电子可以在三个原子间流动。以 H_0 表示价电子的哈密顿, 并以归一正交的 $|u\rangle, |v\rangle, |w\rangle$ 表示电子的分别属于原子 u, v, w 的轨道, 设电子的原子能级为

$$\langle u|H_0|u\rangle = \langle v|H_0|v\rangle = \langle w|H_0|w\rangle = E_0$$

在任何两个原子之间, 任何的矩阵元为

$$\langle u|H_0|v\rangle = \langle v|H_0|w\rangle = \langle w|H_0|u\rangle = -a$$

求分子能级。

2. 试求粒子在势阱 $V(x) = \begin{cases} 0 & |x| < a \\ \infty & |x| > a \end{cases}$ 中运动的本征函数和能谱。

3. 解释电子处于其自旋沿 z 轴的分量为 $+1/2$ 的状态, 问自旋沿 z' 轴(与 z 轴夹角为 β)的分量为 $+1/2$ 或 $-1/2$ 的几率多大? 自旋沿此轴的分量的平均值多大?