华东理工大学二〇〇二年硕士研究生入学考试试题

1.（10%）设 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上三阶连续可导，求 $\dfrac{d^3}{dx^3}[x^2 f(\dfrac{1}{x})]$。

2.（10%）设 $f(x)$ 在开区间 $(0,1)$ 内可导，且当 $x\in(0,1)$ 时有 $|f'(x)|<K<+\infty$。求证 $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ 存在。

3.（10%）证明收敛数列 $\{x_n\}$ 至少达到它的上、下确界之一。

4.（10%）有一数列 $\{x_n\}$，若存在 $M>0$，对一切 n，有 $S_n=\sum\limits_{k=2}^{n}|x_k-x_{k-1}|\le M$，证明数列 $\{x_n\}$ 收敛。

5.（10%）设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 连续，且对任意 $x\in[a,b]$，存在 $y\in[a,b]$，使 $|f(y)|\le\dfrac{1}{2}|f(x)|$，求证在 $[a,b]$ 内至少存在一点 x_0，使 $f(x_0)=0$。

6.（10%）设 $f(x)$ 是定义在全直线上的正值连续函数，对任何 $x,y\in R$，有 $f(x+y)=f(x)f(y)$，求 $f(x)$ 的一般形式。

7.（10%）求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1^p+2^p+\cdots+n^p}{n^{p+1}}$，$(p>0)$。

8.（10%）设函数项级数 $\sum\limits_{k=1}^{\infty}u_k(x)$ 在 (a,b) 上一致收敛，$u_k(x)$（$k=1,2,\cdots$）在 $[a,b]$ 连续，求证 $\sum\limits_{k=1}^{\infty}u_k(x)$ 在 $[a,b]$ 上一致连续。

9.（10%）求曲面 $(x^2+y^2+z^2)^2=a^2(x^2+y^2-z^2)$（其中 $a>0$）所围立体的体积。

10.（10%）计算曲线积分 $\int\limits_{\overset{\frown}{AB}}(x^2-yz)dx+(y^2-xz)dy+(z^2-xy)dz$，

积分从 $A(a,0,0)$ 沿螺线 $\begin{cases}x=a\cos\varphi\\ y=a\sin\varphi\\ z=\dfrac{h}{2\pi}\varphi\end{cases}$ 到 $B(a,0,h)$。