71

# 华东理工大学二〇〇四年硕士研究生入学考试试题

（答案必须写在答题纸上，写在试题上无效）



考试科目代码及名称：数学分析（319）

一.（30 分）

1. 求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{1}+\sqrt{2}+\cdots+\sqrt{n}}{n^{\frac{3}{2}}}$；

2. 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^x (t-\sin t)dt}{2x^4}$。

3. 设 $c$ 为一正常数，$x_1=\sqrt{c}, x_2=\sqrt{c+x_1},\cdots,x_n=\sqrt{c+x_{n-1}},\cdots$，问当 $n$ 趋于 $+\infty$ 时 $x_n$ 是否存在极限？若存在，求此极限。

二.（20 分）如果存在，求所给函数在给定的区间内的最大、最小值。

1. $f(x)=\dfrac{2x}{x^2+3}$，$x\in(0,2]$；

2. $f(x)=2x^5-5x^4+7$，$x\in(-1,-3)$。

三.（10 分）求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^n}{n(n+1)}$ 的收敛半径及和函数。

四.（10 分）计算曲线积分 $I=\oint\limits_l \sqrt{x^2+y^2}\,dx+y[xy+\ln(x+\sqrt{x^2+y^2})]dy$，

其中 $l$ 为沿区域 $D:0<x<\pi, 0<y<\sin x$ 正向围成的曲线。

五.（10 分）求积分 $J=\int_0^{+\infty}\dfrac{e^{-ax}-e^{-bx}}{x}dx \qquad (a>0,b>0)$。

六.（10 分）设 $f(x)$ 是闭区间 $[a,b]$ 上的连续函数，$f(a)<0, f(b)>0$。

求证：存在 $c\in(a,b)$，使 $f(c)=0$ 且对任何 $x\in(c,b]$ 有 $f(x)>0$。

# 华东理工大学二〇〇四年硕士研究生入学考试试题

（答案必须写在答题纸上，写在试题上无效）



七.（30 分）

1. 设 $y=f(x)$ 定义于区间 $I$ 上，写出 $f(x)$ 在 $I$ 上一致连续的定义；

2. 证明 $(a,b)$ 上的连续函数 $f(x)$ 在 $(a,b)$ 上一致连续的充要条件是 $f(a+0), f(b$
在。这里 $f(a+0)$ 和 $f(b-0)$ 分别表示 $f(x)$ 在 $a,b$ 处的右、左极限。

3. 设 $f(x)$ 在 $[a,+\infty)$ 连续，当 $x\to+\infty$ 时，$y=f(x)$ 以 $y=cx+d$ 为渐近线，求证 $j$
$[a,+\infty)$ 一致连续。

八.（30 分）

1. 设 $\{f_n\}_{n=1}^{\infty}$ 和 $f$ 为定义于区间 $I$ 上的函数，叙述函数列 $f_n(x)$ 在 $I$ 上一致收敛到
的定义；

2. 设在 $[0,1]$ 上 $f_n(x)$ 一致收敛到 $f(x)$，且每个 $f_n(x)$ 在 $[0,1]$ 有界，求证：

   (a) 极限函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 有界；
   
   (b) 函数列 $\{f_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ 在 $[0,1]$ 一致有界。