

## 华东理工大学二〇〇四年硕士研究生入学考试试题

71

(答案必须写在答题纸上, 写在试题上无效)

考试科目代码及名称: 488—量子力学

第 1 页 共 2 页

1. 试证明守恒量的平均测量值不随时间变化。 (14 分)
2. 在轨道角动量算符  $L^2$  和  $L_z$  的共同本征态  $Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$  下, 计算下列期望值:  
(1)  $\overline{L_x}$  和  $\overline{L_y}$ ; (2)  $\overline{L_x^2}$  和  $\overline{L_y^2}$ ; (3)  $\overline{\Delta L_x^2}$  和  $\overline{\Delta L_y^2}$ 。 (17 分)
3. 一约束在平面上沿一定半径绕  $z$  轴转动的平面转子处于  $\psi = A \cos^2 \varphi$  态, 求在此态中角动量的可能值, 相应的几率及平均值。 (16 分)
4. 设氢原子处在基态, 求电子处在经典禁区 (即库仑势能 > 基态能量的区域) 的几率。已知基态波函数  $\psi_0 = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-\frac{r}{a_0}}$ , 基态能量  $E_0 = -\frac{e^2}{2a_0}$  ( $a_0$  是玻尔半径)。 (16 分)
5. 自旋  $s=0$  的三个全同粒子处在某有心力场中, 忽略粒子之间的相互作用。三个粒子所处单粒子定态的量子数  $n_r$  和  $l$  均相同, 且  $l=1$ 。求体系的可能的状态数, 并且用简练的形式 (如 Dirac 符号) 表示之。 (17 分)
6. 设一粒子自旋为 1, 电荷  $-e$ , 处在沿  $z$  轴大小为  $B$  的均匀静磁场中, 即  $\vec{B} = (0, 0, B)$ 。体系的哈密顿  $H = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = \frac{e}{mc} \vec{s} \cdot \vec{B}$ , 其中  $\vec{s}$  的矩阵形式为 ( $s_z$  表象)  

$$s_x = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad s_y = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad s_z = \hbar \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$
 设在  $t=0$  时, 自旋沿  $x$  轴的投影为  $\hbar$  (即处在  $s_x$  的测量值为  $\hbar$  的本征态中)。  
 (1) 求任意时刻  $t>0$  系统的波函数;  
 (2) 由  $s_x$ 、 $s_y$ 、 $s_z$  的平均值随时间的变化说明自旋的进动并求出进动频率。 (18 分)



# 华东理工大学二〇〇四年硕士研究生入学考试试题

(答案必须写在答题纸上, 写在试题上无效)

考试科目代码及名称: 488—量子力学

第 2 页 共 2 页

7. 如果氢原子处在  $\psi(\vec{r}) = c_1\psi_{100} + c_2\psi_{210} + c_3\psi_{211}$ , 其中  $\psi(\vec{r})$  已归一化, 而  $\psi_{nlm}$  为氢原子的定态波函数, 是  $\{H, L^2, L_z\}$  的共同本征态。试问在  $\psi(\vec{r})$  中分别测  $H$ 、 $L^2$ 、 $L_z$ , 能测到哪些值? 计算相应的几率分布及平均值。 (14 分)

8. 两个线性算符  $A$  和  $B$  满足下列关系式:

$$A^2 = 0, \quad AA^* + A^*A = 1, \quad B = A^*A$$

(1) 证明:  $B^2 = B$ ;

(2) 假设  $B$  无简并, 求在  $B$  表象中,  $A$  和  $B$  的表达式。 (18 分)

9. 设哈密顿量在能量( $H_0$ )表象中的矩阵为

$$\begin{pmatrix} E_1 & b \\ b & E_2 + a \end{pmatrix}$$

其中  $a$ 、 $b$  为小量。

(1) 用微扰法求能级至二级修正值;

(2) 求准确的能级值, 与(1)的结果进行比较确定微扰法的准确度及适用条件。 (20 分)